COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 26 DÉCEMBRE 1892.

PRÉSIDENCE DE M. D'ABBADIE.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Ministre de l'Instruction publique, des Beaux-Arts et des Cultes** adresse une ampliation du Décret par lequel le Président de la République approuve l'élection de M. *Edmond Perrier,* dans la Section d'Anatomie et Zoologie, en remplacement de M. de Quatrefages.

Il est donné lecture de ce Décret.

Sur l'invitation de M. le Président, M. **Perrier** prend place parmi ses confrères.

PHYSIOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Élévations thermiques sous l'influence des injections des produits solubles microbiens;* par MM. **Bouchard** et **Charrin**.

« Il est aujourd'hui définitivement établi que les microbes intervien-nent surtout à l'aide des substances chimiques qu'ils produisent. L'hyper-

thermie est au nombre des phénomènes que provoquent ces agents pathogènes, ou plutôt leurs sécrétions.

» La découverte de Koch relative à la tuberculose a, pour sa part, appelé l'attention sur ce point. Sans entrer dans le détail des discussions nombreuses soulevées par cette découverte, nous ferons remarquer que, pour beaucoup d'auteurs, de tout ce qui a été annoncé, il reste ce principe, à savoir que le bacille de la tuberculose fabrique *in vitro* un corps ou des corps spécifiques capables, à eux seuls, d'élever la température chez les tuberculeux, et chez les tuberculeux seulement. On pourrait donc retenir de ces différents travaux un excellent moyen de diagnostic.

» En faisant pour la morve ce qui venait d'être réalisé pour la phthisie bacillaire, Kalning paraît avoir confirmé cette donnée. Le germe de la morve crée une matière, la malléine, qui détermine la fièvre, ou un accroissement d'hyperthermie, uniquement chez les sujets morveux.

» Toutefois, cette notion, concernant les accroissements thermiques sous l'influence des ferments figurés ou de leurs produits solubles, n'est pas absolument nouvelle.

» Dès 1822, Gaspard élève la température des animaux, en leur injectant une infusion de viandes putréfiées. Ne pouvant, à cette époque, songer aux microbes, il conclut à un accident d'intoxication. Plus tard même, à la suite d'une série d'expériences, il admit que l'ammoniaque était le principal poison contenu dans ces infusions de viandes putréfiées.

» La question est demeurée longtemps stationnaire. Avec Boyer, Bonnet, Dumas, Panum, Bergmann et Schmiedberg, Schmidt et Petersen, Zülzer et Sonnenschein, etc., on s'occupe des décompositions qui se font au niveau des plaies. Toutefois, on laisse dans l'ombre le problème de la fièvre.

» Otto Weber, en 1864, analysant les phénomènes causés par les principes septiques, parmi eux l'hyperthermie, distingue les substances phlogogènes des éléments pyrétogènes. En faisant monter la température, grâce à des injections de cultures stérilisées, M. Chauveau démontre la réalité de ces éléments pyrétogènes. Mais ces cultures n'étaient pas pures, autrement dit, elles renfermaient des germes d'espèces variées, plus ou moins différentes les unes des autres. En outre, ces injections contenaient les bactéries elles-mêmes ou, du moins, leurs cadavres, aussi bien que leurs produits dissous dans le milieu liquide ambiant.

» Ces remarques ne sauraient s'appliquer aux recherches de MM. Charrin et Rüffer, qui, le 1er février 1889, ont communiqué les résultats de diverses expériences établissant le pouvoir thermogène de la culture stérilisée du

bacille pyocyanique, même lorsque cette culture a été chauffée, filtrée sur porcelaine. Henrijean (¹) a confirmé ces résultats pour le cas particulier du microbe du pus bleu.

» A cette époque, M. Bouchard a mis en évidence les actions sur la calorification des sécrétions de sept agents pathogènes, actions influencées par plusieurs facteurs, spécialement par le choix de la porte d'entrée de ces sécrétions. (Voir *Archiv. de Phys.*, p. 689; sept. 1889.)

» Douze jours après, M. Roussy a annoncé, de son côté, qu'il déterminait des accès de fièvre à l'aide de substances dérivées d'un organisme reconnu comme appartenant au groupe des levûres.

» En novembre 1890, Koch a fait savoir ce qu'était sa tuberculine; à partir de ce moment, cette question s'est élargie; des horizons nouveaux se sont révélés. Nous-mêmes, nous avons abordé ce problème; nous allons y revenir.

» Vers cette période, on a quelque peu généralisé la notion de l'hyperthermie par les produits solubles. On a fait, pour différents agents pathogènes, ce que Serafini avait réalisé pour le pneumocoque. Puis, Buchner, après lui, Klemperer, Röhmer ont vu que le protoplasma des bactéries ou les éléments adhérents à ce protoplasma jouissaient particulièrement de cette propriété. Ces auteurs ont étudié sept microbes distincts, parmi eux le bacille pyocyanogène, un des plus riches, peut-être, en principes thermogènes.

» A plusieurs intervalles, nous nous sommes occupés des qualités vasomotrices des toxines, toxines plus spécialement dilatatrices pour le bacille de la tuberculose, constrictives d'abord, puis dilatatrices également pour le bacille pyocyanique. Ces pouvoirs, sur l'appareil circulatoire, nous ont conduits, après de longs essais sur l'animal, à des tentatives thérapeutiques sur l'homme.

» Déjà, en 1891 (²), nous avons indiqué quelques-unes de ces considérations. Dans une Note à l'Académie des Sciences, les effets sur la température, sur la dyspnée, sont mentionnés.

» Ces recherches ont été poursuivies. Elles ont exigé une série d'études, dans le laboratoire comme à l'hôpital. Résumons très succinctement quelques-unes de nos observations. Les conclusions seront faciles à déduire.

(¹) Henrijean, *Rev. de Méd.*, 1890.

(²) *Comptes rendus*, p. 524; 26 oct. 1891. — Bouchard, *Actions vaso-motrices des produits bactériens*, p. 559. — Charrin, *Les produits solubles du bacille pyocyanique produisent la fièvre*.

» *Observation I.* — A 10^h et à midi, le 20 mai 1891, on injecte à un tuberculeux, dans un but thérapeutique, 1^{cc}, chaque fois, d'une culture stérilisée du bacille pyocyanique, culture âgée de quinze jours et faite dans du bouillon de bœuf. A $1^h 15^m$, le malade est pris de dyspnée; l'auscultation révèle une notable augmentation des râles humides précédemment entendus dans les deux poumons; la face est congestionnée; la température, qui, jusqu'à ce jour, ne dépassait pas 39°, atteint 40°,2 et, à 2^h, 40°,7.

» Les symptômes s'amendèrent dans la soirée.

» Le lendemain, ce malade ne se plaignait plus que d'une sensation de fatigue, de brisement; le thermomètre était revenu au chiffre habituel, oscillant, dans ce cas particulier, entre 37°,8 et 38°,8.

» Depuis cette époque, chez douze malades, les circonstances ont paru légitimer l'emploi de ces substances. Toujours la température a été influencée dans le sens de l'accroissement; mais, instruits par l'observation que nous venons de rappeler, nous n'avons jamais constaté des augmentations inquiétantes.

» *Observation 1 bis.* — Le 30 novembre 1892, on injecte à un tuberculeux, qui présente, aux sommets des poumons, des lésions du second degré, un demi-centimètre cube d'une culture du bacille pyocyanique; cette culture, faite dans du bouillon de bœuf et âgée de seize jours, a été stérilisée par un contact prolongé avec le naphtol, à la dose de 0,50 pour 1000, pendant quatre jours.

» Voici l'indication sommaire des résultats :

» Avant l'injection, pratiquée sous la peau de l'abdomen, la température rectale marquait 38°,3, à 10^h du matin. Le thermomètre s'élevait à 39°,5 à 11^h, à 39°,3 à 2^h, à 38°,5 à 5^h. Les jours précédents, jamais on n'avait dépassé 38°,9.

» *Observation II.* — Le 1er décembre, le même malade reçoit deux tiers de centimètre cube du même liquide. La température, qui marquait 38°,2 à 10^h, avant l'opération, atteint 38°,7 à 11^h; 39°,6 à 2^h et 40° à 5^h.

» *Observation III.* — On injecte, le 3 décembre 1892, à un autre tuberculeux, en même temps qu'au précédent, un demi-centimètre cube, à chacun, d'une culture ne différant de la précédente que par l'âge; elle n'a que trois jours au lieu de seize, c'est-à-dire qu'elle a été stérilisée la troisième journée qui a suivi l'ensemencement.

» Chez l'un et l'autre les modifications thermiques sont insignifiantes; elles ne dépassent pas 0°,2.

» Dans de nouvelles expériences, nous avons eu recours à un milieu de culture spécial, dont voici la composition :

PO^4KH^2	0gr,100	$MgSO^4 + 7Aq$	0gr,050
$PO^4Na^2H + 12Aq$	0,100	Acide aspartique neutralisé par la soude	4,433
CO^3KH	0,134		
$CaCl^2$	0,050		

Eau, quantité suffisante pour faire 1 litre.

» *Observation IV.* — Le 6 décembre 1892, on a injecté, au même moment, à un tuberculeux et à un jeune homme convalescent de fièvre typhoïde, un demi-centimètre cube de cette culture âgée de trois jours et stérilisée par le naphtol.

» La température s'est élevée de 0°,3 chez le convalescent, oscillation normale; elle n'a subi aucune augmentation chez le premier.

» *Observation V.* — La même dose de cette même culture, après seize jours d'évolution, au lieu de trois, a été injectée à ces deux mêmes malades, le 8 décembre.

» Le tuberculeux a eu une élévation de 0°,7 et le convalescent de 0°,6, quatre heures après l'opération.

» *Observation VI.* — Le 10 et le 13 décembre ces deux malades ont encore reçu, chacun et chaque fois, 1^{cc} de cette même culture.

» La moyenne de l'accroissement thermique a atteint 1° chez le phthisique et 0°,7 chez le convalescent.

» *Observation VII.* — Le 20 décembre 1892, on injecte à un ataxique un demi-centimètre cube de la culture du bacille pyocyanique, culture faite dans le milieu aspartique, âgée de seize jours et stérilisée par le naphtol; on obtient 0°,1 d'élévation; chez le même malade, le 22 décembre 1892, on a, avec la même dose, 0°,6 d'augmentation, quand, au lieu de prendre la culture en bloc, on se sert de la partie demi-solide restée sur la bougie et contenant les cadavres des microbes.

» *Observation VIII.* — Le 17 décembre, on injecte 1^{cc} de la culture pyocyanique à deux myxœdémateuses. Cette culture, âgée de seize jours, faite dans le milieu aspartique, a été stérilisée par filtration à la bougie.

» On ne note aucun changement thermique appréciable. La température, comme les jours précédents, oscille entre 37° et 37°,4.

» Il est à remarquer que de fortes doses de ce liquide filtré agissent chez l'animal.

» Des injections d'eau stérilisée et de bouillon pur, pratiquées dans les mêmes conditions de doses, d'introduction (voie sous-cutanée), n'ont pas modifié la température d'une manière notable.

» La première observation prouve que les toxines du bacille du pus bleu sont capables d'élever la température, même de provoquer un ensemble de phénomènes rappelant ce qui a été décrit par Koch sous le nom de *réaction*.

» Ces élévations thermiques sont d'autant plus marquées que la dose est plus forte, la culture plus âgée (Observations I *bis*, II, III).

» Elles sont également plus intenses, suivant les milieux de culture; les milieux riches en principes albuminoïdes sont plus favorables (Observations V, VI). Arnaud et Charrin ont indiqué que les corps spécifiques étaient plus abondants dans ces milieux.

» Elles sont encore influencées par d'autres conditions.

» Les tuberculeux sont les personnes chez lesquelles ces accidents ac-

quièrent le maximum; ils se développent cependant chez d'autres malades.

» La culture filtrée à la bougie agit infiniment moins que si le liquide injecté contient les cadavres des bacilles. »

ANATOMIE GÉNÉRALE. — *Des vaisseaux et des clasmatocytes de l'hyaloïde de la Grenouille;* par M. RANVIER.

« L'hyaloïde est une mince membrane qui sépare la rétine du corps vitré. Chez les Mammifères, elle ne contient pas de vaisseaux et la rétine est vascularisée dans toute sa partie interne jusqu'au plexus basal, plexus qui a été désigné par les auteurs qui m'ont précédé sous le nom de *couche granuleuse externe*. Chez les Batraciens, la rétine n'a de vaisseaux dans aucune de ses couches et, tout au contraire, l'hyaloïde possède un très beau réseau vasculaire.

» Eberth ([1]) est, à ma connaissance, le dernier auteur qui se soit occupé des vaisseaux sanguins de l'hyaloïde de la Grenouille. Il les a décrits d'après ses recherches et celles d'Iwanoff. Sur nombre de points sa description est fort exacte, mais, sur d'autres, elle est insuffisante ou erronée. J'aurai soin, dans l'exposé qui va suivre, de faire ressortir, autant que possible, ce qui était connu avant mes recherches et ce qu'elles contiennent de nouveau.

» Lorsque, après avoir détaché l'œil d'une Grenouille, en prenant les précautions d'usage, et l'avoir divisé suivant son équateur, on essaye de détacher l'hyaloïde de la rétine sous-jacente, on ne peut y parvenir. Je ne sais quel moyen Eberth a employé pour y réussir; il ne le dit pas. C'est pour cela, sans doute, que, depuis lors, la science est restée silencieuse sur cette intéressante question.

» Il y a entre les deux membranes une union très intime qui ne peut être rompue que par les dissociateurs chimiques, l'alcool au tiers, par exemple.

» C'est ce réactif que j'ai surtout employé dans les recherches que je vais exposer dans cette Note. Pour l'appliquer à l'étude de l'hyaloïde, il faut, après avoir divisé l'œil suivant son équateur avec des ciseaux aigus et

([1]) Voir *Stricker's Handbuch*, p. 206, fig. 52 et 53.

bien tranchants, le placer dans quelques centimètres cubes d'alcool au tiers et l'y laisser séjourner pendant plusieurs heures. La membrane se sépare ensuite avec la plus grande facilité sous l'influence d'une traction légère. Je la place alors sur une lame de verre porte-objet où je la soumets pendant deux minutes à l'action de l'acide osmique à 1 pour 100. Elle est alors définitivement fixée. Après l'avoir lavée à l'eau distillée, je la colore par le violet de méthyle 5B, et je la monte en préparation dans la glycérine.

» La paroi des vaisseaux sanguins est colorée en violet clair et les noyaux qu'elle contient en violet foncé. Il en résulte que l'ensemble de l'appareil vasculaire se montre, dans cette préparation, d'une manière aussi nette que si les vaisseaux avaient été injectés. On peut, du reste, le démontrer en soumettant successivement à l'observation microscopique ces préparations et d'autres, où le système vasculaire a été rempli d'une masse de gélatine colorée par le bleu de Prusse. Ces deux espèces de préparations sont parmi les plus belles que l'on puisse observer.

» On y voit que même chez les Grenouilles adultes, par exemple *R. esculenta* de grande taille, le réseau vasculaire est encore en voie de croissance, puisque en nombre de points il y a des pointes d'accroissement et des réseaux capillaires minuscules qui s'établissent dans les mailles du réseau primitif. Mais ce n'est là qu'un phénomène accessoire, au moins au point de vue où je me place aujourd'hui. Je passe.

» Dans les préparations obtenues par l'action successive de l'alcool au tiers, de l'acide osmique et du violet 5B, on constate que tous les vaisseaux de l'hyaloïde, quel que soit leur diamètre, sont entourés d'une membrane, *membrane accessoire*, dont la constitution est fort singulière; d'une minceur extrême, et à peine teintée de violet, elle est doublée de cellules formées chacune d'un noyau et d'une masse de protoplasma ramifiée, arborisée et colorée en violet foncé. Leurs prolongements relativement épais s'anastomosent les uns avec les autres de manière à former un réseau continu. Ces prolongements, aussi bien que le corps cellulaire duquel ils se dégagent, sont soudés à la membrane qui les recouvre.

» Dans mes leçons, j'ai comparé la membrane à l'étoffe d'un parapluie, et les prolongements protoplasmiques des cellules sous-jacentes aux baleines qui la soutiennent. Eberth a vu et les cellules en question et la membrane accessoire; mais il a cru que les vaisseaux étaient entourés tantôt des cellules, tantôt de la membrane, sans reconnaître qu'elles existaient simultanément. Son observation a été sans doute incomplète ou défectueuse, à cause de l'insuffisance de sa technique. C'est là ce que je

pense, mais je ne peux cependant pas en juger d'une manière absolue, puisqu'il n'a nullement indiqué ses moyens de recherches.

» Il y a dans le travail d'Eberth une autre erreur qui a une plus grande importance, erreur cependant bien excusable, erreur que bien d'autres auraient commise, erreur que j'aurais faite sans doute à l'époque où remonte son travail. Il y a dans l'hyaloïde de la Grenouille, à côté des vaisseaux sanguins et généralement dans les mailles qu'ils circonscrivent, des cellules singulières. Je vais les décrire d'abord telles qu'elles se montrent dans mes préparations, puis je donnerai mon interprétation et, à la fin, celle d'Eberth.

» Ces cellules sont étoilées, elles ont le noyau bosselé des cellules lymphatiques, tel que je l'ai décrit le premier, un corps cellulaire petit et granuleux, et des prolongements grêles munis de renflements irréguliers. Elles se colorent vivement sous l'influence du violet 5B. Ce sont de ces cellules que j'ai désignées sous le nom de *clasmatocytes*. Les clasmatocytes de la membrane hyaloïde n'ont pas tout à fait la même forme que ceux de la membrane périœsophagienne et ceux de la membrane rétropéritonéale; ils sont absolument semblables à ceux qui se produisent *in vitro* aux dépens des leucocytes ([1]). Je pense que tous ceux qui voudront bien reproduire mes observations et mes expériences reconnaîtront sans peine la nature des cellules de l'hyaloïde. Je veux encore insister sur un point important de la définition des clasmatocytes quels qu'ils soient, aussi bien ceux de l'hyaloïde que des autres organes, parce que je lui accorde une grande importance. Les prolongements des clasmatocytes ne s'anastomosent pas entre eux, ils ne s'anastomosent pas davantage avec les prolongements émis par les clasmatocytes voisins.

» Eberth a vu et figuré les cellules libres de l'hyaloïde; il les a considérées comme des cellules conjonctives et a pensé qu'elles sont de même nature que celles qui forment une gaine aux vaisseaux sanguins. La critique de sa manière de voir ressort si naturellement de ce que je viens de dire qu'il est inutile de poursuivre cette discussion.

» J'arrive à un autre point dont l'importance physiologique n'échappera à personne. La méthode qui consiste à traiter une mince membrane successivement par l'alcool au tiers, l'acide osmique à 1 pour 100 pendant deux ou trois minutes, et le violet 5B montre les nerfs qu'elle contient avec une grande évidence. J'ai pu suivre ainsi dans la membrane périœso-

---

([1]) Voyez *Comptes rendus*, 1891; 1er semestre, p. 688.

phagienne et la membrane rétropéritonéale, non seulement les fibres nerveuses dans tout leur trajet, mais encore leurs terminaisons. Or, chose très remarquable et difficile à comprendre, il n'y a pas de nerfs dans la membrane hyaloïde, ou du moins il m'a été impossible d'en découvrir. Voilà donc une membrane possédant un riche appareil vasculaire dans laquelle il semble ne pas exister de nerfs. Cela ne veut pas dire que la circulation du sang y soit soustraite à l'influence du système nerveux; mais cela indique que l'action directe des nerfs sur les petits vaisseaux n'est pas indispensable à la fonction d'un organe, quelles que soient la délicatesse et l'activité de cette fonction. »

ASTRONOMIE. — *Observations de la comète Holmes* (6 *novembre* 1892), *faites au grand équatorial de l'observatoire de Bordeaux par MM.* G. Rayet *et* L. Picart. Note de M. **G. Rayet.**

Comète Holmes.

Dates 1892.	Temps moyen de Bordeaux.	Ascension droite apparente.	Log. fact. parallaxe.	Distance polaire apparente.	Log. fact. parallaxe.	Étoile.	Observ.
	h m s	h m s		° ′ ″			
Nov. 20...	6. 0.56,7	0.42.17,42	$-\bar{1}$,533	52.47.51,5	−0,311	1	G. Rayet
21...	5.55.37,2	0.42.10,36	$-\bar{1}$,536	52.54.24,9	−0,318	2	G. Rayet
27...	11.57.44,4	0.42.14,06	$+\bar{1}$,641	53.33.24,7	−0,467	3	G. Rayet
Déc. 10...	10.15.23,1	0.46.28,36	$+\bar{1}$,541	54.45.54,1	−0,386	4	G. Rayet
16...	9.45.12,5	0.50. 8,53	$+\bar{1}$,519	55.13.44,9	−0,372	5	L. Picart
17...	9.48.43,3	0.50.50,48	$+\bar{1}$,534	55.18. 0,4	−0,386	6	G. Rayet

Position moyenne des étoiles de comparaison pour 1892,0.

Étoile.	Autorité.	Ascension droite moyenne.	Réduction au jour.	Distance polaire moyenne.	Réduction au jour.
		h m s	s	° ′ ″	″
1...	Weisse$_2$. H. O., n° 979-80	0.39.30,21	+2,85	52.49.23,3	−27,11
2...	Weisse$_2$. H. O., n° 979-80	0.39.30,21	+2,84	52.49.23,3	−27,22
3...	Weisse$_2$. H. O., n° 999	0.40. 9,10	+2,78	53.42.28,4	−27,62
4...	$\frac{1}{2}$[Lalande 1281. — A. G. Z. (Leyde) zone 235.71; zone 324.41]	0.42.16,70	+2,65	54.51. 5,0	−28,08
5...	Weisse$_2$. H. O., n° 1279	0.51.56,80	+2,67	55.13.12,1	−28,12
6...	Weisse$_2$. H. O., n° 1279	0.51.56,80	+2,66	55.13.12,1	−28,14

» Les observations précédentes font suite à celles qui ont été publiées dans les *Comptes rendus* du 21 novembre.

» Le 20 novembre, la comète a déjà beaucoup faibli, mais l'astre a cependant conservé son ancienne apparence : une nébulosité ronde avec un noyau diffus se prolongeant vers la queue par un trait lumineux assez facilement visible. Le 21 novembre, le noyau est de plus en plus diffus et cette diffusion rend les observations parfois difficiles. Le 27 novembre, l'astre a encore faibli et devient de moins en moins net.

» Le 16 et le 17 décembre, les observations sont très difficiles et ne peuvent se faire que dans l'obscurité la plus complète. Le concours d'un assistant est indispensable pour inscrire les passages et les pointés. A partir du 18, la comète est devenue inobservable dans notre équatorial de 38cm d'ouverture.

» Mes observations des 20 et 21 novembre coïncident avec l'époque de la photographie de M. Deslandres, mais je n'ai constaté dans la comète aucune tendance à la division.

» *Nota.* — Dans l'observation du 12 novembre, la distance polaire de la comète est 51°58′50″,8 et non pas 51°59′40″,8. »

ASTRONOMIE. — *Observations de la comète Swift* (1892, *I*), *faites au grand équatorial de l'observatoire de Bordeaux par MM.* G. Rayet, L. Picart et F. Courty. Note de M. G. Rayet.

Comète Swift (1892, I).

Dates 1892.	Temps moyen de Bordeaux.	Ascension droite apparente.	Log. fact. parallaxe.	Distance polaire apparente.	Log. fact. parallaxe.	Étoiles.	Observ.
	h m s	h m s		° ′ ″			
Avril 9	15.49.43,5	21.21.14,20	$-\bar{1}$,581	88.10. 0,9	$-\bar{7}$,790	1	L. Picart
16	15.11.31,7	24.45.46,19	$-\bar{1}$,611	81.23.11,1	—0,772	2	L. Picart
19	15. 4.51,8	21.55.53,22	$-\bar{1}$,619	78.39.37,1	—0,763	3	L. Picart
20	15.47.36,4	21.59.18,06	$-\bar{1}$,587	77.44.39,6	—0,741	4	G. Rayet
23	14.55.48,8	22. 8.59,52	$-\bar{1}$,629	75.12.52,0	—0,752	5	L. Picart
24	15.18.31,8	22.12.15,51	$-\bar{1}$,615	74.22.10,8	—0,735	6	G. Rayet
28	14.46.40,5	22.24.41,26	$-\bar{1}$,639	71. 8. 9,6	—0,736	7	L. Picart
Mai 1	15.29.48,9	22.34. 2,82	$-\bar{1}$,621	68.58.18,7	—0,695	8	G. Rayet
3	14.13. 2,1	22.39.53,68	$-\bar{1}$,656	67.35.16,8	—0,740	9	L. Picart
6	14.12. 3,8	22.48.40,51	$-\bar{1}$,666	65.33.30,6	—0,733	10	L. Picart
7	14.39. 9,1	22.51.37,14	$-\bar{1}$,656	64.54. 4,9	—0,699	11	G. Rayet
8	14.31. 5,3	22.54.27,64	$-\bar{1}$,666	64.16.19,2	—0,708	12	G. Rayet
9	14. 9.41,4	22.57.14,90	$-\bar{1}$,671	63.39.21,9	—0,724	13	L. Picart
12	13.42.21,3	23. 8.14,73	$-\bar{1}$,687	61.17.54,2	—0,735	14	L. Picart

Dates 1892.	Temps moyen de Bordeaux.	Ascension droite apparente.	Log. fact. parallaxe.	Distance polaire apparente.	Log. fact. parallaxe.	Étoiles.	Observ.
Mai 17.....	12h. 8m. 8s,5	23h.18m.41s,78	—$\bar{1}$,660	57°. 7′.33″,5	—0,817	15	L. Picart
18.....	13.52.42,3	23.22.29,83	—$\bar{1}$,693	58.34.47,1	—0,703	16	G. Rayet
20.....	12.37.37,6	23.26.28,36	—$\bar{1}$,687	57.35.58,0	—0,781	17	L. Picart
21.....	13. 5. 3,7	23.29. 2,31	—$\bar{1}$,700	57. 6.16,3	—0,746	18	G. Rayet
29.....	12.56. 0,7	23.48. 7,51	—$\bar{1}$,720	53.30.44,2	—0,715	19	G. Rayet
Juin 1.....	12.16.28,5	23.54.45,44	—$\bar{1}$,716	52.19. 2,7	—0,756	20	G. Rayet
6.....	11. 4.31,5	0. 5.14,27	—$\bar{1}$,688	50.28. 3,6	—0,832	21	L. Picart
7.....	10.39.49,5	0. 7.13,48	—$\bar{1}$,654	50. 7.10,5	—0,854	22	L. Picart
8.....	10.55.45,1	0. 9.14,55	—$\bar{1}$,679	49.46. 9,6	—0,832	23	F. Courty
9.....	10.55.38,4	0.13.11,61	—$\bar{1}$,682	49.25.40,8	—0,833	24	L. Picart
11.....	10.31.28,0	0.15. 0,58	—$\bar{1}$,663	48.46.32,3	—0,852	25	L. Picart
16.....	10.47.46,2	0.24. 5,46	—$\bar{1}$,704	47.13. 1,8	—0,818	26	L. Picart
17.....	10.45.37,7	0.25.47,68	—$\bar{1}$,705	46.55.16,8	—0,818	27	L. Picart
22.....	10.10.17,9	0.33.49,15	—$\bar{1}$,690	45.31.29,0	—0,842	28	L. Picart
26.....	11.56.15,5	0.39.46,21	—$\bar{1}$,778	44.28.24,2	—0,680	29	G. Rayet
27.....	11.37.54,8	0.41.46,57	—$\bar{1}$,778	44.14. 9,7	—0,706	30	G. Rayet
29.....	12. 8.44,5	0.53.46,12	—$\bar{1}$,787	43.14.50,8	—0,654	31	G. Rayet
30.....	11. 5.52,5	0.44.58,93	—$\bar{1}$,771	43.31.20,5	—0,741	32	G. Rayet
Juill. 1.....	11. 8.14,1	0.46.12,08	—$\bar{1}$,774	43.17.35,2	—0,737	33	L. Picart
4.....	10.46.43,7	0.49.37,63	—$\bar{1}$,775	42.37.51,1	—0,749	34	L. Picart
6.....	11.33.57,8	0.51.46,40	—$\bar{1}$,798	42.11.55,1	—0,654	35	G. Rayet
8.....	10.19.32,1	0.53.28,77	—$\bar{1}$,771	41.47.49,3	—0,771	36	L. Picart
15.....	10.35.51,7	0.59.15,11	—$\bar{1}$,805	40.28.52,9	—0,700	37	L. Picart
18.....	11.31.40,4	1. 1. 2,15	—$\bar{1}$,817	39.58.11,0	—0,554	38	F. Courty
21.....	10. 0. 8,5	1. 2.23,21	—$\bar{1}$,805	39.30.19,2	—0,721	39	L. Picart
22.....	9.46.14,4	1. 2.45,09	—$\bar{1}$,812	39.21.13,9	—0,739	40	L. Picart
23.....	9.52.30,4	1. 3. 4,95	—$\bar{1}$,809	39.12.36,7	—0,721	41	L. Picart
26.....	11.32. 9,7	1. 3.49,25	—$\bar{1}$,819	38.46.56,8	—0,457	42	F. Courty
Août 3.....	9.47. 6,6	1. 3.44,75	—$\bar{1}$,837	37.52.36,3	—0,649	43	L. Picart
5.....	10.43.28,2	1. 3.16,27	—$\bar{1}$,832	37.41.13,2	—0,470	44	L. Picart
6.....	9.59.46,4	1. 2.58,80	—$\bar{1}$,841	37.36. 9,7	—0,578	45	L. Picart
10.....	10. 1.36,4	1. 1.20,74	—$\bar{1}$,841	37.18.26,5	—0,523	46	L. Picart
11.....	9.47. 7,4	1. 0.50,28	—$\bar{1}$,846	37.14.45,0	—0,551	47	L. Picart
12.....	9.37.50,5	1. 0.17,35	—$\bar{1}$,846	37.11.47,2	—0,579	48	L. Picart
15.....	9.47.40,4	0.58.21,57	—$\bar{1}$,843	37. 3.56,0	—0,494	49	L. Picart
21.....	10.49.16,5	0.53.25,56	—$\bar{1}$,785	36.57. 7,3	—0,099	50	L. Picart
Sept. 1.....	10.32.19,8	0.41.22,36	—$\bar{1}$,606	37.26.47,0	+$\bar{1}$,388	51	G. Rayet
4.....	9.36.46,6	0.37.43,66	—$\bar{1}$,782	37.36,57,5	—0,132	52	G. Rayet
6.....	10. 8.23,2	0.35. 7,41	—$\bar{1}$,722	37.49.15,1	—$\bar{1}$,786	53	G. Rayet
7.....	9.29.17,4	0.33.49,04	—$\bar{1}$,769	37.55.59,8	—0,100	54	G. Rayet
10.....	9.23.54,0	0.29.55,05	—$\bar{1}$,752	38.18.49,7	—0,043	55	G. Rayet
11.....	9. 8.24,0	0.28.36,32	—$\bar{1}$,774	38.27.23,2	—0,123	56	G. Rayet

Dates 1892.	Temps moyen de Bordeaux.	Ascension droite apparente.	Log. fact. parallaxe.	Distance polaire apparente	Log. fact. parallaxe.	Étoiles.	Observ.
	h m s	h m s		° ′ ″			
Sept. 12.....	8.51.25,5	0.27.17,49	—$\bar{1}$,772	38.35.44,8	—0,187	57	G. Rayet
17.....	9.16.10,3	0.20.39,44	—$\bar{1}$,698	39.26.51,2	—$\bar{1}$,866	58	L. Picart
19.....	8.26.25,8	0.18. 6,52	—$\bar{1}$,757	39.49.15,3	—0,169	59	L. Picart
25.....	8.47.34,9	0.18.36,93	—$\bar{1}$,663	41. 7.15,9	—$\bar{1}$,879	60	G. Rayet
26.....	9.31.22,8	0. 9.26,54	—$\bar{1}$,547	41.11.29,2	—$\bar{1}$,438	61	G. Rayet
Oct. 19.....	9.26.56,7	23.49.13,11	—$\bar{2}$,807	47.47. 6,0	—$\bar{1}$,593	62	G. Rayet
20.....	8.28.15,5	23.48.42,48	—$\bar{1}$,294	48. 3.36,7	—$\bar{1}$,830	63	G. Rayet
21.....	6.27.41,1	23.48.14,75	—$\bar{1}$,641	48.20. 2,0	—0,299	64	G. Rayet
22.....	6.18.53,5	23.47.46,44	—$\bar{1}$,641	48.37.55,0	—0,323	65	L. Picart
Nov. 12.....	11.26.59,9	23.44.23,52	+$\bar{1}$,590	54.54. 8,9	—0,436	66	G. Rayet
14.....	11.28.47,2	23.44.31,81	+$\bar{1}$,599	55. 9.12,8	—0,451	67	G. Rayet
15.....	10.30.58,6	23.44.40,79	+$\bar{1}$,534	55.23.56,8	—0,393	68	L. Picart
20.....	12.42.43,8	23.45.47,06	+$\bar{1}$,690	56.36.54,9	—0,633	69	G. Rayet

Positions moyennes des étoiles de comparaison pour 1892,0.

Étoile.	Autorités.	Ascension droite moyenne.	Réduction au jour.	Distance polaire moyenne.	Réduction au jour.
		h m s	s	° ′ ″	″
1..	½[Lalande, n° 41833. — Annalen Munich, n° 28630]	21.25.30,55	—0,56	88. 4.18,0	+12,31
2..	½[Weisse$_1$. H. XXI, n° 1059. — Glasgow, n° 5607]	21.46.36,76	—0,57	81.25.32,3	+12,82
3..	½[Weisse$_1$. H. XXI, n° 1186. — Glasgow, n° 5640]	21.52.21,11	—0,54	78.34. 1,3	+13,23
4..	Weisse$_2$. H. XXI, n° 1357. Glasgow, n° 5684]	22. 0.33,97	—0,56	77.58.48,2	+12,99
5..	½[Weisse$_1$. H. XXII, n° 172. — Glasgow, n° 5758]	22.10.34,81	—0,56	75. 5.51,5	+13,15
6..	Weisse$_1$. H. XXII, n° 246	22.14.26,28	—0,56	74.22.45,1	+13,11
7..	Weisse$_1$. H. XXII, n° 464	22.22.58,34	—0,53	71. 6.16,2	+13,31
8..	Weisse$_1$. H. XXII, n° 679	22.31.52,29	—0,53	68.51.22,8	+13,21
9..	Weisse$_1$. H. XXII, n° 849	22.37.55,21	—0,52	67.31.57,1	+13,19
10..	Anonyme rapportée à Bonn. t. VI + 24°, n° 4675	22.45.20,11	—0,48	65.33.54,3	+ 9,84
11..	Weisse$_2$. H. XXII, n° 1204-05-06	22.54.32,56	—0,54	64.56. 4,9	+14,50
12..	Weisse$_2$. H. XXII, n° 1147	22.51.44,80	—0,49	64.11.21,4	+13,01
13..	Rumker, n° 10797	22.55.58,33	—0,49	63.35. 0,7	+12,90
14..	Weisse$_2$. H. XXIII, n° 95	23. 7.49,65	—0,47	61. 1.38,0	+12,62
15..	Bonn, t. VI + 30, n° 4927	23.15.47,14	—0,43	59. 6.54,9	+12,40
16..	Lalande, n° 45973	23.23.30,62	—0,44	58.47.51,9	+12,03
17..	Weisse$_2$. H. XXIII, n° 436	23.22.32,17	—0,39	57.38. 2,9	+12,17

Étoiles.	Autorités.	Ascension droite moyenne.	Réduction au jour.	Distance polaire moyenne.	Réduction au jour.
		h m s	s	° ′ ″	″
18..	Weisse₂. H. XXIII, nº 521	23.26.14,00	—0,39	56.53.46,3	+12,07
19..	Rumker, nº 11707	23.47.30,08	—0,30	53.38.37,5	+11,32
20..	Weisse₂. H. XXIII, nº 1205	23.57.42,77	—0,28	52.20.16,9	+10,68
21..	Weisse₂. H. XXIII, nº 1340-41-42	0. 2. 4,36	—0,16	50.27. 7,6	+10,38
22..	Weisse₂. H. O., nº 82-83-84	0. 5.54,82	—0,15	50.12. 5,8	+10,18
23..	Weisse₂. H. O., nº 279-280	0.12.19,55	—0,16	49.51. 8,1	+ 9,89
24..	Groombridge, nº 24	0.10.54,35	—0,12	49.34. 8,3	+ 9,89
25..	Weisse₂. H. O., nº 307-308	0.13.45,25	—0,08	48.36.17,2	+ 9,88
26..	Weisse₂. H. O., nº 627	0.26.27,53	+0,01	47. 5.59,2	+ 9,04
27..	Groombridge, nº 90	0.27.58,40	+0,03	46.55.40,1	+ 8,89
28..	Weisse₂. H. O., nº 875	0.35.29,83	+0,17	45.46.50,5	+ 8,24
29..	Argelander-OEltzen, nº 642	0.36.52,03	+0,31	44.39.45,2	+ 7,87
30..	Argelander-OEltzen, nº 786	0.43.28,08	+0,30	44. 4.45,2	+ 7,68
31..	Argelander-OEltzen, nº 882	0.49.43,78	+0,33	43.42.33,4	+ 7,30
32..	Paris, nº 1097	0.46.51,36	+0,39	43.29.17,9	+ 7,28
33..	Argelanger-OEltzen, nº 878-79	0.49.36,72	+0,41	43.11.19,0	+ 7,13
34..	Argelander-OEltzen, nº 927	0.51.39,80	+0,51	42.28.46,0	+ 6,77
35..	Argelander-OEltzen, nº 980	0.54.50,23	+0,58	42. 5.22,7	+ 6,45
36..	Bonn, t. VI + 47º, nº 261-62	0.51.42,26	+0,68	41.50.13,4	+ 6,18
37..	Argelander-OEltzen, nº 1042	0.57.47,03	+0,92	40.30.31,4	+ 5,17
38..	Argelander-OEltzen, nº 1138	1. 2.54,81	+1,01	39.51.46,5	+ 4,69
39..	Argelander-OEltzen, nº 1166-67	1. 4.11,51	+1,13	39.33.46,1	+ 4,15
40..	Argelander-OEltzen, nº 1229	1. 6.48,25	+1,16	39.28.40,9	+ 3,94
41..	Argelander-OEltzen, nº 1074	0.59.30,25	+1,24	39.15. 2,2	+ 3,79
42..	Argelander-OEltzen, nº 1221-22	1. 6.27,77	+1,33	38.58, 6,8	+ 3,19
43..	Argelander-OEltzen, nº 1214	1. 1.34,29	+1,68	37.56. 7,9	+ 1,56
44..	Argelander-OEltzen, nº 1079	0.59.33,67	+1,77	37.45.59,9	+ 1,06
45..	Argelander-OEltzen, nº 1079	0.59.33,67	+1,81	37.45.59,9	+ 0,82
46..	Bonn, t. VI + 52º, nº 241	0.56.48,33	+1,98	37.26.13,1	+ 0,20
47..	Bonn, t. VI + 52º, nº 241	0.56.48,33	+2,01	37.26.13,1	— 0,47
48..	Bonn, t. VI. + 52º, nº 266	1. 1.38,95	+2,03	37.17.26,6	— 0,63
49..	Groombridge, nº 239	1. 0.43,97	+2,15	38. 4.46,6	— 1,43
50..	Bonn, t. VI + 52º, nº 208	0.50.27,20	+2,38	37.14. 3,8	— 3,45
51..	Argelander-OEltzen, nº 610	0.35. 8.38	+2,70	37.34.48,9	— 7,38
52..	Argelander-OEltzen, nº 610	0.35. 8,38	+2,77	37.34.48,9	— 8,30
53..	Argelander-OEltzen, nº 567	0.32.49,05	+2,80	37.57.33,8	— 9,11
54..	Argelander-OEltzen, nº 615	0.35.15,31	+2,82	37.56. 4,5	+ 9,37
55..	½ [Argelander-OEltzen, nº 549. — A.G.Z. (Cambridge), nº 262]	0.31.29,31	+2,87	38.20.39,4	—10,48
56..	½ [Argelander-OEltzen, nº 549. — A.G.Z. (Cambridge), nº 262]	0.31.29,31	+2,89	38.20.39,4	—10,77

Étoiles.	Autorités.	Ascension droite moyenne.	Réduction au jour.	Distance polaire moyenne.	Réduction au jour.
		h m s	s	° ′ ″	″
57..	½ [Argelander-Œltzen, n° 508-9. — A. G. Z. (Cambridge), n° 239]	0.29.18,70	+2,87	38.45. 6,2	−11,25
58..	½ [Argelander-Œltzen n° 281. — A. G. Z. (Cambridge) n° 143]	0.17.29,28	+2,92	39.24.16,0	−13,35
59..	Argelander-Œltzen, n° 234	0.14.33,12	+2,91	39.55.26,5	−14,01
60..	Lalande, n° 278	0.12.39,22	+2,93	41. 5.20,2	−16,05
61..	Lalande, n° 226	0.11.12,48	+2,95	41. 8.18,9	−16,53
62..	Weisse$_2$. H. XXIII, n° 1032	23.51.35,08	+2,74	47.56.34,5	−23,16
63..	Weisse$_2$. H. XXIII, n° 1023	23.51. 2,47	+2,73	48. 4.57,8	−23,36
64..	Weisse$_2$. H. XXIII, n° 1018	23.50.32,19	+2,72	48.26.10,4	−23,54
65..	Weisse$_2$. H. XXIII, n° 924	23.45.27,99	+2,68	48.42.58,0	−23,77
66..	Weisse$_2$. H. XXIII, n° 935	23.45.53,56	+2,45	54.52.17,8	−26,17
67..	A. G. Z. (Leyde). Zone 244, n° 20; zone 137, n° 19	23.47. 7,11	+2,44	55.15.44,7	−26,25
68..	A. G. Z. (Leyde). Zone 244, n° 20; zone 137, n° 19	23.47. 7,11	+2,43	55.15.44,7	−26,25
69..	½ [Weisse$_2$. H. XXIII, n° 949. — A. G. Z. (Leyde). Zone 221, n° 147]	23.46.45,77	+2,38	56.34.32,6	−26,35

» Ces observations, qui font suite à celles qui ont été déjà publiées dans les *Comptes rendus* des 21 mars et 11 avril 1892, portent à 78 le nombre des positions de la comète Swift obtenues à Bordeaux entre le 17 mars et le 20 novembre.

» La comète avait à l'origine un noyau de 7e ou 8e grandeur, enveloppé dans une nébulosité ronde de 7′ à 8′ de diamètre apparent. La comète est devenue visible à l'œil nu vers le 15 avril ; à la fin du mois, elle avait une queue de 2° de longueur ; le noyau, d'un éclat égal à une étoile de 4e grandeur, émettait quelques panaches. La comète a ensuite faibli progressivement, mais elle a toujours conservé son noyau, qui était encore visible à la fin de novembre comme une étoile de 13e à 14e grandeur. »

PHYSIQUE. — *Sur les lois de dilatation à volume constant des fluides; coefficients de pression;* par M. **E.-H. Amagat.**

« *Liquides.* — Les Tableaux (n° 1) et (n° 3) donnent, pour quelques-uns des liquides étudiés, les données nécessaires aux calculs des coefficients (B) et (β). Ces données ont été, comme pour les gaz, déterminées sur les réseaux, au moyen de lignes d'égal volume.

(N° 1).

Éther. Volumes constants.	0°.	10°.	20°.	30°.	40°.	50°.	60°.	70°.	80°.	90°.	100°.	138°.	198°
	atm	atm	atm	atm	atm	atm	atm	atm	atm	atm	atm	atm	atm
1,24	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	128	374
1,22	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	161	421
1,20	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	201	476
1,18	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	59	248	540
1,16	»	»	»	»	»	»	»	»	»	49	103	303	611
1,14	»	»	»	»	»	»	»	»	40	97	154	369	696
1,12	»	»	»	»	»	»	»	34	96	157	217	444	793
1,10	»	»	»	»	»	»	»	97	163	228	293	534	904
1,08	»	»	»	»	»	»	100	176	247	317	386	639	1033
1,06	»	»	»	»	33	112	189	266	342	416	490	765	»
1,04	»	»	»	45,5	130	214	298	380	460	540	620	912	»
1,02	»	»	66,5	159	249	339	428	517	603	689	775	»	»
1,00	1	101	200	299	396	493	588	684	778	870	962	»	»
0,98	150	258	365	472	577	681	784	886	988	»	»	»	»
0,96	338	455	570	684	977	911	»	»	»	»	»	»	»
0,94	572	698	822	946	»	»	»	»	»	»	»	»	»
0,92	861	997	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»

Alcool. Volumes constants.	0°.	20°.	40°.	60°.	80°.	100°.	198°.
	atm	atm	atm	atm	atm	atm	atm
1,11	»	»	»	»	»	94	956
1,10	»	»	»	»	»	147	1033
1,09	»	»	»	»	40	207	1115
1,08	»	»	»	»	100	272	»
1,00	»	»	»	»	166	345	»
1,00	»	»	»	63	239	425	»
1,05	»	»	»	136	319	512	»
1,04	»	»	33,5	217	408	609	»
1,03	»	»	115	307	506	713	»
1,02	»	14	208	409	616	830	»
1,01	»	107	311	521	737	959	»
1,00	1	212	427	646	869	»	»
0,99	109	330	554	781	1014	»	»
0,98	231	462	695	932	»	»	»
0,97	367	610	853	»	»	»	»
0,96	518	771	»	»	»	»	»
0,95	687	951	»	»	»	»	»
0,94	827	»	»	»	»	»	»

(N° 2). $\left(B = \frac{\Delta p}{\Delta t}\right)$

Éther. Vo-lumes const.	0° à 10°.	19° à 20°.	20° à 30°.	30° à 40°.	40° à 50°.	50° à 60°.	60° à 70°.	70° à 80°.	80° à 90°.	90° à 100°.	100° à 138°.	138° à 198°.
1,24	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	4,1
1,22	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	4,3
1,20	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	4,6
1,18	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	5,0	4,9
1,16	»	»	»	»	»	»	»	»	»	5,4	5,3	5,1
1,14	»	»	»	»	»	»	»	»	5,7	5,7	5,7	5,4
1,12	»	»	»	»	»	»	»	6,2	6,1	6,0	6,0	5,8
1,10	»	»	»	»	»	»	»	6,6	6,5	6,5	6,3	6,2
1,08	»	»	»	»	»	»	7,6	7,1	7,0	6,9	6,7	6,6
1,06	»	»	»	»	7,9	7,7	7,7	7,6	7,4	7,4	7,2	»
1,04	»	»	»	8,4	8,4	8,4	8,2	8,0	8,0	8,0	7,7	»
1,02	»	»	9,2	9,0	9,0	8,9	8,9	8,6	8,6	8,6	»	»
1,00	10,0	9,9	9,9	9,7	9,7	9,5	9,6	9,4	9,2	9,2	»	»
0,98	10,8	10,7	10,7	10,5	10,4	10,3	10,2	10,2	»	»	»	»
0,96	11,7	11,5	11,4	11,3	11,4	»	»	»	»	»	»	»
0,94	12,6	12,4	12,4	»	»	»	»	»	»	»	»	»
0,92	13,6	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»

Alcool. Vo-lumes const.	0° à 20°.	20° à 40°.	40° à 60°.	69° à 80°.	80° à 100°.	100° à 198°.	
1,11	»	»	»	»	»	»	8,8
1,10	»	»	»	»	»	»	9,0
1,09	»	»	»	»	»	8,4	9,3
1,08	»	»	»	»	»	8,6	»
1,07	»	»	»	»	»	8,9	»
1,06	»	»	»	»	8,8	9,5	»
1,05	»	»	»	»	9,2	9,6	»
1,04	»	»	»	9,2	9,5	10,1	»
1,03	»	»	»	9,6	10,0	10,4	»
1,02	»	9,7	10,1	10,4	10,7	»	»
1,01	»	10,2	10,5	10,8	11,1	»	»
1,00	10,2	10,8	11,0	11,2	»	»	»
0,99	11,1	11,2	11,4	11,6	»	»	»
0,98	11,5	11,6	11.8	»	»	»	»
0,97	12,2	12,2	»	»	»	»	»
0,96	12,6	»	»	»	»	»	»
0,95	13,2	»	»	»	»	»	»
0,94	»	»	»	»	»	»	»

» Avec les résultats des Tableaux n^{os} (1) et (3) j'ai calculé les valeurs de (B) et (β), consignées dans les Tableaux n^{os} (2), (4) et (5); ceux-ci sont disposés comme pour les gaz, sauf que pour le repérage des lignes horizontales on a conservé les volumes constants et non les pressions initiales.

(N° 3.)

Éther.

Volumes const.	0°,0.	10°,80.	20°,20.	30°.35.	40°,45.	49°,93.
	atm	atm	atm	atm	atm	atm
1,00	1	110	205	304	402	495
0,98	154	271	372	482	588	688
0,96	345	472	583	704	816	927
0,94	584	719	843	973	1098	1214
0,92	881	1032	1156	1288	1427	1558
0,90	1250	1408	1543	1688	1835	1976
0,88	1702	1868	2016	2180	2328	2470
0,86	2250	2440	2600	2765	2936	3096

Alcool.

Volumes const.	0°,0.	9°,6.	19°,80.	30°,65.	40°,38.
	atm	atm	atm	atm	atm
1,00	1	108	214	330	440
0,985	171	280	393	518	630
0,97	373	484	608	740	858
0,955	610	731	864	1004	1130
0,94	789	917	1054	1202	1329
0,92	1316	1468	1624	1784	1930
0,91	1580	1730	1890	2062	2210
0,89	2176	2241	2512	2694	2865

Sulfure de carbone.

Volumes const.	0°.	9°,15.	19°,35.	29°,95.	41°,25.	49°,15.
atm	atm	atm	atm	atm	atm	atm
»	»	»	»	»	»	»
0,99	137	264	408	563	722	832
0,97	450	583	738	900	1072	1192
0,95	824	960	1134	1306	1490	1616
0,93	1278	1432	1610	1794	1980	2116
»	»	»	»	»	»	»
0,91	1832	2000	2182	2372	2572	2708
0,89	2486	2670	2866	»	»	»

(N° 4.)

$$B = \frac{\Delta p}{\Delta t}. \qquad \beta = \frac{1}{p}\frac{\Delta p}{\Delta t}.$$

Éther.

Volumes const.	0° — 10°,8.		10°,8 — 20°,2.		20°,2 — 30°,3.		30°,3 — 40°,4.		40°,4 — 49°,9.	
	B.	β.	B.	β.	B.	β.	B.	β.	B.	β.
		0,0		0,0		0,0		0,0		0,0
1,00	**10,1**	(10.1)	**10,1**	920	**9,8**	478	**9,7**	319	**9,8**	244
0,98	**10,8**	701	**10,7**	395	**10,8**	290	**10,5**	218	**10,5**	178
0,96	**11,8**	342	**11,8**	250	**11,9**	204	**11,1**	158	**11,7**	143
0,94	**12,5**	219	**13,2**	183	**12,8**	152	**12,4**	127	**12,2**	111
0,92	**13,9**	158	**13,2**	128	**13,0**	113	**13,8**	107	**13,8**	097
0,90	**14,6**	117	**14,4**	102	**14,5**	094	**14,6**	086	**14,8**	086
0,88	**15,4**	091	**15,7**	084	**16,2**	080	**14,7**	067	**14,9**	064
0,86	**17,6**	078	**17,0**	070	**16,3**	063	**16,9**	061	**16,8**	057

Alcool.

Volumes const.	0° — 9°,6.		9°,6 — 18°,9.		18°,9 — 30°,6.		30°,6 — 40°,3.	
	B.	β.	B.	β.	B.	β.	B.	β.
		0,0		0,0		0,0		0,0
1,000	**11,1**	(11,1)	**10,4**	963	**10,7**	500	**11,3**	343
0,985	**11,4**	651	**11,1**	397	**11,5**	292	**11,5**	222
0,970	**11,6**	311	**12,2**	231	**12,2**	200	**12,2**	165
0,955	**12,6**	207	**13,0**	177	**12,9**	149	**13,0**	130
0,940	**13,3**	168	**13,4**	146	**13,6**	129	**13,1**	109
0,920	**15,8**	120	**15,3**	104	**14,8**	091	**15,0**	086
0,910	**15,6**	098	**15,7**	091	**15,8**	084	**15,3**	074
0,890	**17,2**	079	**16,8**	075	**16,8**	067	**17,6**	065

(N° 5.)

Sulfure de carbone.

Volumes const.	0°,0 — 9°,1.		9°,1 — 19°,3.		19°,3 — 29°,9.		29°,9 — 41°,2.		41°,2 — 49°,1.	
	B.	β.	B.	β.	B.	β.	B.	β.	B.	β.
		0,0		0,0		0,0		0,0		0,0
0,99....	**14,2**	(0,106)	**14,1**	534	**14,6**	358	**14,1**	250	**13,9**	192
0,97....	**14,5**	322	**15,4**	264	**15,3**	207	**15,2**	169	**15,2**	142
0,95....	**15,7**	190	**16,3**	170	**16,2**	143	**16,3**	125	**16,0**	108
0,93....	**16,8**	131	**17,2**	120	**17,4**	108	**16,5**	092	**17,2**	087
0,91....	**18,3**	100	**17,8**	089	**17,9**	082	**17,7**	075	**17,2**	067
0,89....	**20,1**	081	**19,2**	072						

Alcool méthylique.

Volumes const.	0°,0 — 9°,2.		9°,2 — 23°,8.		23°,8 — 39°,1	
	B.	β.	B.	β.	B.	β.
		0,0		0,0		0,0
1,00....	**11,2**	(11,2)	**10,9**	(1050)	**10,9**	255
0,98....	**12,3**	542	**12,2**	359	**12,0**	171
0,96....	**13,3**	263	**13,0**	207	**13,2**	129
0,94....	**14,6**	171	**14,1**	143	**14,0**	100
0,92....	**15,0**	118	**15,4**	109	**15,5**	082
0,90....	**16,9**	096	**16,5**	085	**16,2**	067
0,88....	**17,6**	073	**17,7**	069		

» *Variation de* B *et* β *avec la pression*. — On voit què, pour les mêmes limites de température, le coefficient (B) croît rapidement avec la pression

comme pour les gaz; cet accroissement ne varie pas sensiblement avec la température; comme il est beaucoup moins rapide que l'accroissement de pression, les valeurs du coefficient (B), qui n'ont été consignés ici que dans les Tableaux (4 et 5) relatifs aux hautes pressions, diminuent rapidement quand la pression croît; cela pouvait être prévu : nous sommes, en effet, ici dans le cas des gaz à une température suffisamment basse et sous une pression suffisante pour que le maximum soit dépassé (Note du 12 décembre).

» *Variation de* B *et* β *avec la température.* — Les variations du coefficient de pression (B) avec la température sont, comme pour les gaz, très peu sensibles. M. Barus, qui a récemment déterminé quelques valeurs de ce coefficient pour plusieurs liquides jusque vers 1500^{atm}, le considère comme constant, attribuant sans doute aux erreurs expérimentales les petites variations que comportent ses résultats. Les Tableaux ci-dessus montrent pour l'éther une légère diminution de (B) quand la température croît; pour l'alcool, c'est le contraire qui a lieu; il y a d'autant moins lieu, ce me semble, d'attribuer ces variations à des erreurs expérimentales que le même renversement du sens de la variation résulte aussi des nombres de M. Barus, quoique la remarque n'en soit pas faite, du moins, dans le résumé des *Beiblätter* (n° 4, 1891), par lequel ces résultats me sont connus.

» Ce renversement dans le sens de la variation me paraît pouvoir s'expliquer comme il suit : si l'on considère le réseau de l'acide carbonique, on verra de suite qu'au-dessous de la courbe de liquéfaction, les isothermes inférieurs à zéro doivent forcément, étant donné l'espace qui reste, se resserrer très rapidement; par suite, les valeurs de (B) à partir d'une valeur suffisamment petite du volume doivent diminuer rapidement avec la température; dans ces conditions, qui sont celles des liquides proprement dits, (B) doit donc commencer par croître avec la température; admettons qu'il passe par un maximum puis diminue, alors le renversement en question s'explique; l'éther, dont le point critique est plus élevé que celui de l'alcool, a déjà, dans les limites du Tableau (2), atteint et dépassé ce maximum; l'alcool, au contraire, est encore dans la période où (B) croît avec la température.

» Dans tous les cas, ce maximum ne peut être que très peu prononcé, les variations de (B) étant toujours petites. Dans les Tableaux (4 et 5) relatifs aux fortes pressions, ces variations sont de l'ordre de grandeur des irrégularités, ce qui s'explique par le peu d'étendue des limites de température; il serait important de poursuivre dans ces limites de pression la détermi-

nation de (B) jusqu'à des températures beaucoup plus élevées ; le temps ne m'a pas permis de réaliser ces recherches; on peut prévoir que l'on arriverait, dans les conditions indiquées pour les gaz (*loc. cit*), à une loi analogue : de proportionnalité du volume à la température absolue diminuée d'une constante fonction du volume, et il est facile de voir que les résultats qui précèdent correspondent à la période où cette fonction décroît quand la pression croît.

» Les variations de (β) se déduisent de suite de ce qui précède ; les valeurs de ce coefficient diffèrent peu d'être en raison inverse de la pression, comme pour les gaz.

» J'ai à peine besoin d'ajouter que l'eau suit des lois tout à fait différentes et que j'examinerai à part. »

M. **Albert Gaudry**, en faisant hommage à l'Académie, au nom de M. *Marcellin Boule* et au sien, d'un nouveau fascicule des « Matériaux pour l'histoire des temps quaternaires », intitulé *Les Oubliettes de Gargas,* s'exprime comme il suit :

« J'ai déjà eu occasion de dire à l'Académie qu'il y a, dans les Pyrénées, une grotte vaste et belle, au fond de laquelle se trouve un puits profond de 20^{m}, objet d'effrayantes légendes : c'est ce qu'on appelle les *Oubliettes de Gargas*. M. Félix Regnault, qui a eu le courage de descendre dans cet abîme et de l'explorer, en a retiré un si grand nombre d'ossements qu'il a été possible de remonter trois squelettes. Ces squelettes sont placés dans la galerie de Paléontologie du Muséum. M. Boule et moi en donnons la représentation dans notre Mémoire. Il y a un squelette d'*Ursus spelæus,* var. *minor,* un squelette d'*Hyæna crocuta* (race *spelæa*) et un squelette de *Canis lupus*. Nous avons cru peu utile d'en présenter une description détaillée; car, à l'époque quaternaire, un Ours est un Ours, une Hyène est une Hyène, un *Canis* est un *Canis*. Mais il nous a paru intéressant de rechercher comment un Ours est devenu Ours, comment une Hyène est devenue Hyène, comment un *Canis* est devenu *Canis*. Nous avons dit quelques mots de phylogénie; ces quelques mots rendent manifestes une fois de plus les enchaînements des êtres actuels avec ceux des temps passés. »

NOMINATIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à la formation d'une liste de deux candidats qui devront être présentés à M. le Ministre de l'Instruction publique, pour la place laissée vacante, au Bureau des Longitudes, par le décès de M. *Ossian Bonnet*.

Au premier tour de scrutin, destiné à la désignation du premier candidat,

M. Poincaré obtient. . . . . 61 suffrages

Au second tour de scrutin, destiné à la désignation du second candidat,

M. Appell obtient. . . . . 48 suffrages

En conséquence, la liste présentée à M. le Ministre, pour cette place, comprendra :

En première ligne. . . . . M. **Poincaré**
En seconde ligne. . . . . M. **Appell**

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à la formation d'une liste de deux candidats qui devront être présentés à M. le Ministre de l'Instruction publique, pour la place laissée vacante, au Bureau des Longitudes, par le décès de M. l'amiral *Mouchez*.

Au premier tour de scrutin, destiné à la désignation du premier candidat,

M. Fleuriais obtient. . . . . 47 suffrages

Au second tour de scrutin, destiné à la désignation du second candidat,

M. Manen obtient. . . . . 44 suffrages

En conséquence, la liste présentée à M. le Ministre, pour cette place, comprendra :

En première ligne. . . . . M. **Fleuriais**
En seconde ligne. . . . . M. **Manen**

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

M. **F.-P. Le Roux** adresse, comme suite à sa Communication à l'Académie du 19 octobre 1891, une nouvelle Note intitulée : « De l'incubation et de la nutrition des productions glaireuses de l'intestin, cause de la diathèse rhumatismale. »

(Renvoi à la Section de Médecine et Chirurgie.)

M. **Alf. Basin** adresse deux Notes relatives à diverses questions intéressant la navigation.

(Renvoi à la Section de Géographie et Navigation.)

M. **Ch. Sibillot** adresse un Mémoire relatif à un système de montgolfières dirigeables, en aluminium.

(Renvoi à la Commission des aérostats.)

M. **L. Rousse** soumet au jugement de l'Académie un instrument qu'il nomme « galacti-densimètre ».

(Commissaires : MM. Bouchard, Arm. Gautier.)

M. **Verney** adresse une Note relative à la surdité.

(Commissaires : MM. Charcot, Larrey.)

La **Compagnie des Messageries maritimes** transmet à l'Académie un Rapport de M. *Fournier*, relatif aux effets produits par le filage de l'huile, par gros temps.

(Renvoi à la Section de Navigation.)

CORRESPONDANCE.

MM. **Binet**, **Blondel**, **Bouchardat**, **Cornevin**, **Dabdignac**, **Deslandres**, **Doyère**, **Einthoven**, **Ewald**, **Farabeuf** et **Varnier**, **Gillot**, **Hédouin**, **Hue**, **Humbert**, **Kœnigs**, **Laborde**, **Le Chatelier**, **Leveau**, **Hans Molisch**, **Moureaux**, **Normand**, **d'Ocagne**, **P. Puiseux**, **Radau**, **Raffard**, **Stieltjes**, **Tacchini**, **Thierry**, **Viala**, **Max Wolf**, Mlle **D. Klumpke**, adressent leurs remerciements à l'Académie, pour les distinctions accordées à leurs travaux.

Mme Vve **Villemin** adresse à l'Académie l'expression de sa reconnaissance, pour la haute distinction accordée aux travaux de son mari, le Dr *Villemin*.

M. **Caspari** prie l'Académie de le comprendre parmi les candidats à la place laissée vacante, dans la Section de Géographie et Navigation, par le décès de M. le vice-amiral Jurien de la Gravière.

(Renvoi à la Section de Géographie et Navigation.)

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Un Volume adressé par M. le vice-amiral *Roussin* et consacré à la biographie de son père, l'amiral baron Roussin ;

2° Une « Étude sur les courants et sur la température des eaux de la mer dans l'océan Atlantique ; par le général *H. Mathiesen* » (présenté par M. Des Cloizeaux) ;

3° Un volume de M. *Capellini*, en langue italienne, intitulé : « Gerolamo Guidoni di Vernazza e le sue scoperte geologiche in Liguria e in Toscana » (présenté par M. Daubrée).

Après une notice biographique de M. Capellini sur l'auteur, né en 1794 et mort en 1870, et une série de lettres qui lui ont été adressées par les principaux géologues d'Italie, Savi, Pareta et autres, il présente une histoire abrégée des études géologiques en Italie, dans la première moitié de ce siècle.

ASTRONOMIE. — *Observations de la comète Holmes, faites à l'équatorial coudé* ($0^m,32$) *de l'observatoire de Lyon;* par M. G. Le Cadet.

Comparaisons et positions de la comète.

Dates 1892.	Temps moyen de Lyon.	Comète — Étoile. Δα.	Δδ.	Nombre de comp.	α app.	Log. fact. parall.	δ app.	Log. fact. parall.	★.
	h m s	m s	′ ″		h m s		° ′ ″		
Nov. 25.	10. 7.41	+0.37,81	— 2.10,4	4:2	0.42. 4,02	9,364	+36.39.24,5	0,244	2
Déc. 13.	12.49.21	+0.22,29	—10. 2,2	4:4	0.48.15,46	9,699	+34.59.11,5	0,677	3
» 14.	10. 0.29	—0.16,83	— 9. 2,6	4:4	0.48.47,69	9,505	+34.55.10,3	0,386	4

Positions des étoiles de comparaison.

Dates 1892.	★	Gr.	α moy. 1892,0.	Réduction au jour.	δ moy. 1892,0.	Réduction au jour.	Autorités.
			h m s	s	° ′ ″	″	
Nov. 25....	2	9	0.41.23,39	+2,82	+36.41. 7,4	+27,5	W_2 0^h 1021
Déc. 13....	3	9	0.47.50,50	+2,67	+35. 8.45,5	+28,2	Leid. Z 235,78—324,49
» 14....	4	10	0.49. 1,85	+2,67	+35. 3.44,7	+28,2	Anonyme rapportée à $\frac{1}{3}$[2 Leid. Z 327,54+W_2 1228]

» Nov. 25 : la comète est faible; les nuages interrompent les comparaisons.

» Déc. 13 et 14 : le ciel est un peu brumeux; la comète, extrêmement faible, ne présente plus de condensation pointable que par vision oblique.

» Ces observations sont faites au moyen d'un micromètre à gros fils sur fond sombre.

» *Errata* à l'observation du 15 nov. :

$$10^h37^m21^s \quad \text{TM Paris}: \ \delta ☄ + 37°42'36'',1$$

au lieu de

$$+ 37°42'51'',0. \text{ »}$$

ASTRONOMIE. — *Nouvelles recherches expérimentales sur l'équation personnelle dans les observations de passage.* Note de M. P. Stroobant, présentée par M. Wolf.

« Le but de ces recherches est de déterminer la valeur de l'équation personnelle lorsque l'on observe, par la méthode de l'œil et de l'oreille,

les deux bords d'un astre présentant un diamètre sensible. Nos expériences ont été effectuées, comme précédemment, à l'aide de l'appareil de M. Wolf; elles ont porté sur deux disques correspondant à la grandeur apparente de Saturne et à celle de Mars. Voici les résultats auxquels nous étions arrivés l'année dernière par la méthode électrique (mouvement direct) :

	Bord I.	Bord II.
	s	s
Saturne	−0,123	+0,023
Mars	−0,118	+0,022

» Cette année nous avons obtenu, par la même méthode :

	Bord I.	Bord II.
	s	s
Saturne	−0,091	+0,040
»	−0,151	+0,078
»	−0,124	»
Moyenne	−0,133	+0,059

	Bord I.	Bord II.
	s	s
Mars	−0,205	+0,042
»	−0,086	+0,055
Moyenne	−0,145	+0,048

» Notre équation personnelle, obtenue par la méthode électrique, ne s'est donc pas sensiblement modifiée en un an.

» Voici maintenant les résultats que nous avons obtenus par la méthode de l'œil et de l'oreille :

1° *Saturne.*

	Bord I.	Bord II.
	s	s
1	−0,160	+0,036
2	−0,152	+0,025
3	−0,139	+0,050
4	»	+0,006
5	»	+0,038
Moyenne	−0,150	+0,031

2° *Mars.*

	Bord I.	Bord II.
	s	s
1	—0,055	+0,044
2	—0,133	+0,011
3	—0,160	+0,057
4	—0,138	+0,015
5	—0,117	+0,041
6	—0,114	+0,023
Moyenne.......	—0,119	+0,032

» Nous avons, comme dans notre précédent travail, considéré l'équation personnelle comme positive quand l'observateur note le passage de l'astre trop tard, négative dans le cas contraire.

» De l'ensemble des résultats que nous venons de citer, on peut conclure que notre équation personnelle reste la même, suivant que l'on observe par la méthode de l'œil et de l'oreille ou par la méthode électrique, les deux bords d'un astre présentant un diamètre sensible.

» MM. Callandreau, Hamy et Viennet, astronomes de l'Observatoire de Paris, ont bien voulu faire, avec nous, quelques déterminations de leur équation personnelle absolue, par la méthode de l'œil et de l'oreille.

» Voici les résultats obtenus pour un disque correspondant au diamètre apparent de Saurne.

M. Callandreau.

	Bord I.	Bord II.
	s	s
1	—0,053	+0,070
2	—0,043	+0,058
Moyenne.......	—0,048	+0,064

M. Hamy.

	Bord I.	Bord II.
	s	s
1	—0,046	+0,037
2	—0,066	+0,005
Moyenne.......	—0,056	+0,021

M. Viennet.

	Bord I.	Bord II.
	s	s
1	—0,149	—0,235
2	—0,187	—0,252
3	—0,112	—0,224
4	—0,216	—0,186
Moyenne	—0,166	—0,224

» Nous pensons que la recherche de l'équation personnelle absolue par des méthodes expérimentales devrait servir à corriger les déterminations directes et figurer au même titre dans la réduction des observations que les erreurs dues aux corrections instrumentales, par exemple. On peut trouver un argument puissant en faveur de cette opinion dans la concordance entre les observations et les expériences. Nous avons eu l'occasion de comparer les corrections à appliquer au diamètre d'un disque d'après les déterminations expérimentales et d'après les observations directes.

» Les expériences donnent, pour la correction à appliquer à un disque de la grandeur de Saturne, les quantités suivantes

MM. Callandreau	$-0^s,11$
Hamy	$-0^s,08$
Viennet	$+0^s,06$

» Les résultats obtenus par MM. Callandreau et Viennet, lors de la dernière opposition de Mars, par les observations méridiennes, sont

	Calcul-Observat.
Callandreau	$+0^s,12$
Viennet	$+0^s,28$

ce qui donne

Callandreau-Viennet	$-0^s,16$

Les expériences avaient fourni

Callandreau-Viennet	$-0^s,17$

» L'écart n'est donc que de $0^s,01$.

» Nous avons aussi comparé les observations méridiennes du Soleil effectuées en septembre dernier par MM. Callandreau et Hamy; voici les résultats obtenus :

	Calcul-Observat.
Callandreau	$+0^s,03$
Hamy	$+0^s,12$

» La différence Callandreau-Hamy est $-0^s,09$ tandis que les expériences donnent seulement $-0^s,03$; cette petite discordance peut s'expliquer par la différence considérable des conditions d'observation (diamètre et éclat du disque observé, etc.) et par le petit nombre de déterminations sur lesquelles nous nous sommes basé pour cette comparaison. »

GÉOMÉTRIE. — *Sur les systèmes conjugués et les couples de surfaces applicables.* Note de M. **A. Petot**, présentée par M. Darboux.

« Quand les points M et M_1 de deux surfaces S et S_1 se correspondent d'après une loi quelconque, il existe, en général, sur S un et un seul réseau de courbes A et B dont les tangentes sont perpendiculaires aux conjuguées des tangentes aux courbes correspondantes A_1 et B_1, et de même il existe sur S_1 un réseau (C_1, D_1) jouant le même rôle par rapport à son correspondant (C, D). Les réseaux (A, B), (A_1, B_1), (C, D), (C_1, D_1) sont les images principales sur S et S_1 des congruences H et H_1 engendrées par les perpendiculaires δ et δ_1 abaissées des points M et M_1 sur les plans tangents en M_1 et M. Il existe aussi sur S un réseau conjugué auquel correspond un réseau analogue sur S_1; en supposant que l'on ait rapporté S et S_1 à ces réseaux conjugués (u, v) qui se correspondent, nous désignerons par F et F_1 les équations linéaires vérifiées par les éléments des plans tangents en M et M_1, et par G et G_1 leurs adjointes. Quand (A, B) et (A_1, B_1) coïncident sur S et S_1 avec le réseau (u, v), il en est de même pour (C, D) et (C_1, D_1), et l'on a les résultats suivants :

» *Quand la congruence* H *a ses images principales conjuguées sur* S *et* S_1, *il en est de même pour la congruence* H_1; *les deux congruences ont alors pour image commune sur chaque surface le réseau* (u, v); *de plus, la tangente à la ligne* (v) *sur chaque surface est perpendiculaire à la tangente à la ligne* (u) *de l'autre.*

» Réciproquement, *si, sur chaque surface, la tangente à la ligne* (v) *est perpendiculaire à la tangente à la ligne* (u) *de l'autre, les congruences* H *et* H_1 *admettent comme image commune, sur chaque surface, le réseau conjugué* (u, v).

» Dans le cas où sur S et S_1 le réseau (u, v) se réduit aux asymptotiques d'une série, la première partie du théorème précédent a encore lieu; mais, pour la seconde, il ne suffit pas de supposer que les lignes asymptotiques d'une série se correspondent avec orthogonalité des tangentes, on doit

compléter l'hypothèse en supposant que sur S, par exemple, le réseau (A, B) se réduit aux lignes asymptotiques de la série considérée.

» D'autre part, chaque solution θ de l'équation F donne une surface S', pour laquelle le réseau conjugué (u, v) a la même représentation sphérique que pour S; si donc on mène par le point M' de S', qui correspond à M, une parallèle δ' à δ, cette droite engendre une congruence H' admettant la représentation sphérique de H et pour laquelle la distance focale λ est une solution de l'équation G_1.

» *On peut ainsi, dans les conditions indiquées, déduire, à l'aide de différentiations ou de quadratures, de chaque solution de l'une des équations* F *ou* F_1, *une solution de l'adjointe à l'autre; et inversement.*

» Chaque solution θ de l'équation F permet, par exemple, de déterminer une surface sur laquelle les développables de la congruence engendrée par les tangentes aux lignes (u) de S_1 découpent un réseau conjugué. Si pour la ligne δ on prend la tangente à la ligne (v) de S, δ' devient la tangente à la ligne (u) de S_1, et l'on obtient des résultats équivalents à ceux donnés récemment par M. Cosserat.

» Quand sur la surface S le réseau (u, v) est celui des lignes de courbure, j'ai montré que l'on peut, de chaque solution θ de F, déduire une solution μ de son adjointe G, et inversement. Les considérations précédentes permettent d'obtenir le même résultat dans un grand nombre d'autres cas, parmi lesquels je citerai celui où les lignes (v) sont des géodésiques de S, celui où les tangentes aux lignes (v) forment une congruence de Ribaucour, et, enfin, celui où le réseau (u, v) admet la représentation sphérique d'une congruence cyclique.

» Il en résulte aussi une méthode pour former des équations de Laplace qui admettent des transformations infinitésimales. Effectivement, si le réseau (u, v) de S appartient à deux des catégories précédentes, on peut, de chaque solution θ de F, déduire deux solutions de μ et μ' de son adjointe. Appliquant alors à μ' la règle qui permet de revenir de μ à θ, on obtient bien une solution nouvelle θ' de G. M. Guichard a déjà rencontré des faits de ce genre dans ses recherches sur certaines surfaces qui se rattachent aux surfaces à courbure totale constante; j'indiquerai seulement ici ceux qui sont utiles dans la détermination des couples de surfaces applicables.

» Supposons qu'il existe une surface Σ applicable sur S avec correspondance des réseaux conjugués (u, v), désignons par M', x', y', z', α, α', ..., γ'', ξ, ..., r_1, p', p'_1, q' les éléments de cette surface, par Φ et Γ les équations

analogues à F et G, et par σ l'élément qui intervient dans les formules

$$p' = -i\frac{\cos\sigma - 1}{\sin\sigma}p, \qquad q' = -i\frac{\cos\sigma - 1}{\sin\sigma}q,$$

et leurs analogues données par M. Cosserat.

» Les cosinus directeurs $a, a', a'', \alpha, \alpha', \alpha''$ des courbes (v) des surfaces S et Σ sont des solutions particulières d'une même équation de la forme

$$(1) \qquad \frac{\partial^2\omega}{\partial u\,\partial v} + A\frac{\partial\omega}{\partial u} + B\frac{\partial\omega}{\partial u} + C\omega = 0,$$

et vérifiant en outre la relation

$$\sum\left(\frac{\partial a}{\partial v}\right)^2 = \sum\left(\frac{\partial \alpha}{\partial v}\right)^2.$$

» Si l'on désigne par ρ une solution quelconque de l'équation adjointe à l'équation (1), les formules

$$\left\{\begin{aligned} \frac{\partial x_1}{\partial u} &= a\left(\frac{\partial\rho}{\partial u} - B\rho\right), \\ \frac{\partial x_1}{\partial v} &= \rho\left(\frac{\partial a}{\partial v} - Aa\right), \end{aligned}\right. \qquad \left\{\begin{aligned} \frac{\partial x'_1}{\partial u} &= \alpha\left(\frac{\partial\rho}{\partial u} - B\rho\right), \\ \frac{\partial x'_1}{\partial v} &= \rho\left(\frac{\partial \alpha}{\partial v} + A\alpha\right), \end{aligned}\right.$$

et leurs analogues pour y_1, z_1, y'_1, z'_1 définissent deux nouvelles surfaces applicables l'une sur l'autre, avec correspondance des réseaux conjugués (u, v).

» Les coordonnées x, y, z, x', y', z' vérifient aussi une même équation linéaire, on peut alors déduire de x, y, z trois solutions de Γ et de x', y', z' trois solutions de G ; en faisant les calculs on reconnaît que les équations F et Φ jouissent de la propriété suivante : *chacune d'elles a les mêmes invariants que l'adjointe de l'autre, on passe d'une solution de l'une d'elles à une solution de l'adjointe de l'autre en la divisant par* $\sin\sigma$. »

GÉOMÉTRIE. — *Sur la déformation infinitésimale et sur les surfaces associées de M.* Bianchi. Note de M. **E. Cosserat**, présentée par M. Darboux.

« Soit (A) la surface lieu du milieu A du segment MM_1 qui joint les points correspondants M et M_1 de deux surfaces applicables l'une sur l'autre ; ε désignant une constante infiniment petite, on sait que la surface (A'), lieu de l'extrémité du segment AA', équipollent à ε. AM est applicable

sur (A); la surface (a), lieu de l'extrémité du segment Oa, équipollent à AM, et dont l'origine est un point fixe O, correspond à (A) par orthogonalité des éléments; la connaissance de (A) détermine, inversement, une déformation infinitésimale de (a), définie par le couple de surfaces applicables (M) et (M_2), M_2 étant le symétrique de M par rapport à a ou de M_1 par rapport à O.

» Associons, à un système de courbes (u, v) de (A), un trièdre trirectangle mobile (T) ou $Axyz$ dont l'axe des z est la normale de (A) et soient εx, εy, εz les coordonnées du point A′ par rapport à ce trièdre; adoptons les notations des *Leçons* de M. Darboux et considérons un trièdre mobile (T′) dont les axes sont, à chaque instant, parallèles à ceux de (T), ses translations étant définies par les formules

$$\xi' = -\eta z_1, \quad \eta' = \xi z_1, \quad (pq_1 - qp_1)\zeta' = (q\xi_1 - p\eta_1)\frac{\partial z_1}{\partial u} - (q\xi - p\eta)\frac{\partial z_1}{\partial v},$$

$$\xi'_1 = -\eta_1 z_1, \quad \eta'_1 = \xi_1 z_1, \quad (pq_1 - qp_1)\xi'_1 = (q_1\xi_1 - p_1\eta_1)\frac{\partial z_1}{\partial u} - (q_1\xi - p_1\eta)\frac{\partial z_1}{\partial v}$$

où z_1 désigne la solution la plus générale de l'équation

$$(1) \qquad \frac{\partial \zeta'}{\partial v} - \frac{\partial \zeta'_1}{\partial u} = p\eta'_1 - p_1\eta' - q\xi'_1 + q_1\xi'.$$

» *Les inconnues x, y, z sont les coordonnées d'un point fixe de l'espace par rapport au trièdre* (T′).

» Ce résultat se déduit facilement des indications données par M. Ribaucour [1] qui a fait les remarques essentielles suivantes :

» 1° *Les caractéristiques de l'équation* (1) *sont les asymptotiques de* (A); *à une solution z_1 de cette équation* [2], *correspond une seule déformation infinitésimale de* (A).

» 2° *Désignons par x, y, z, z_1 un système de valeurs des inconnues constituant une solution du problème; construisons par rapport au trièdre* (T), *le point* N *dont les coordonnées sont* $\frac{y}{z_1}$, $-\frac{x}{z_1}$, $\frac{1}{z_1}$; *ce point et son symétrique* N_1, *par rapport au plan des xy de* (T), *décrivent deux surfaces applicables l'une sur l'autre; il y a réciprocité entre les deux couples* (M), (M_1) *et* (N), (N_1).

---

[1] *Notice sur les travaux mathématiques* de M. A. Ribaucour, p. 21. — *Mémoire sur les élassoïdes*, § 187.

[2] L'équation (1) est celle qui intervient dans la solution, donnée par M. Weingarten, du problème de la déformation infinitésimale (*Journal de Crelle*, t. 100).

» L'équation (1) admet comme solutions les cosinus des angles de la normale à la surface (A) avec trois axes rectangulaires fixes; le théorème de M. Darboux sur les systèmes conjugués admet, par suite, comme cas particulier, le suivant dû à M. Bianchi.

» *Soit un couple de surfaces associées* (A) *et* (A_1): *la distance d'un point* O *au plan tangent d'une de ces surfaces est fonction caractéristique d'une déformation infinitésimale de l'autre.*

» Soit (A_1) la surface, associée à (A), dont le plan tangent est mené, parallèlement à celui de (A), à une distance de O égale à z_1; AA_2 étant un segment équipollent à OA_1, la droite AA_2 engendre une congruence de Ribaucour dont (A) est la surface moyenne; les plans tangents à (A), (A_1), (A_2) aux points correspondants sont parallèles; les développables des congruences engendrées par AA_1 et par AA_2 découpent donc (A) suivant le même réseau conjugué à invariants égaux et l'on a le théorème suivant qui peut être généralisé :

» *Pour que deux surfaces* (A) *et* (A_1), *se correspondant point par point avec parallélisme des plans tangents, soient associées, il faut et il suffit que si l'on considère la congruence des droites* AA_1, *ses développables découpent* (A) *et* (A_1) *suivant des réseaux conjugués à invariants égaux ou encore que les points focaux de* AA_1 *soient conjugués harmoniques par rapport à* A *et* A_1.

» En particulier, *les surfaces isothermiques, qui se correspondent dans le problème de M. Christoffel, sont associées.*

» B étant le milieu de XX_1, menons Ob équipollent à BX; la surface (b), qui est polaire réciproque de (A_1), par rapport à une sphère de centre O, est associée à (a) dans la déformation infinitésimale de (a), définie par le couple de surfaces applicables (M) et (M_2); les plans tangents en a et b aux surfaces (a) et (b) étant parallèles, la parallèle à Ob, menée par a, engendre une congruence de Ribaucour dont les développables découpent sa surface moyenne (a), suivant le même réseau conjugué que les développables de la congruence des droites ab; d'où, en vertu de la réciprocité entre (A) et (B), ce théorème de M. Ribaucour :

» *Les asymptotiques se correspondent sur les deux nappes* (A) *et* (B) *de la surface focale de la congruence des droites* AB.

» Considérons le réseau conjugué de (A) qui reste conjugué dans la déformation infinitésimale qui transforme (A) en (A'); *il lui correspond :* 1° *le réseau conjugué commun à* (M), (M_1), (M_2) *et, par conséquent, le réseau conjugué de* (a) *qui reste conjugué dans la déformation infinitésimale*

correspondante de (*a*); 2° *les asymptotiques de* (*b*) *et de* (A_1), ce qui est conforme à un théorème de M. Bianchi.

» On peut remarquer que le problème de la déformation infinitésimale d'une surface (A) revient à la détermination des réseaux conjugués tracés sur cette surface et qui ont soit leurs invariants égaux, soit une représentation sphérique identique à celle, considérée par M. Dini, des asymptotiques d'une surface : *dès que l'un de ces réseaux conjugués est donné, la déformation infinitésimale correspondante de* (A) *se détermine au moyen de quadratures.* »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les fonctions contiguës relatives à la série hypergéométrique de deux variables.* Note de M. **Levavasseur**, présentée par M. Picard.

« 1. Soit

$$U = u^{\alpha-1}(1-u)^{\gamma-\alpha-1}(1-ux)^{-\beta}(1-uy)^{-\beta'} \quad \text{et} \quad \int_0^1 U\,du = \Phi(\alpha, \beta, \beta', \gamma; x, y).$$

On trouve aisément tout d'abord les relations

$$\begin{aligned} \Phi(\alpha+1) &= \quad \Phi(\gamma-1) - \Phi, \\ \Phi(\beta-1) &= x\Phi(\gamma+1) - (x-1)\Phi, \\ \Phi(\beta'-1) &= y\Phi(\gamma+1) - (y-1)\Phi, \end{aligned}$$

qui, transformées en tenant compte de la relation

$$\Phi(\alpha, \beta, \beta', \gamma; x, y) = \frac{\Gamma(\alpha)\Gamma(\gamma-\alpha)}{\Gamma(\gamma)} F_1(\alpha, \beta, \beta', \gamma; x, y),$$

donnent

$$\alpha F_1(\alpha+1) = (\gamma-1)\;F_1(\gamma-1) + (1+\alpha-\gamma)F_1, \tag{1}$$

$$\gamma F_1(\beta-1) = (\gamma-\alpha)x F_1(\gamma+1) - \gamma(x-1)F_1, \tag{2}$$

$$\gamma F_1(\beta'-1) = (\gamma-\alpha)y F_1(\gamma+1) - \gamma(y-1)F_1. \tag{3}$$

» De l'équation $\dfrac{dU}{du} = U\left(\dfrac{\alpha-1}{u} + \dfrac{1+\alpha-\gamma}{1-u} + \dfrac{\beta x}{1-ux} + \dfrac{\beta' y}{1-uy}\right)$, on déduit, en intégrant entre 0 et 1 ses deux membres multipliés par du, une relation entre la fonction Φ et des fonctions contiguës qui, transformée, devient

$$\left\{\begin{aligned} &(\gamma-\alpha)F_1(\alpha-1) + (\alpha-1)F_1 - (\gamma-1)F_1(\gamma-1) \\ &\qquad + \beta x F_1(\beta+1) + \beta' y F_1(\beta'+1) = 0. \end{aligned}\right. \tag{4}$$

» En opérant de même sur les expressions $\frac{d(\mathrm{U}u)}{du}$, $\frac{d(\mathrm{U}u^2)}{du}$, on trouve successivement

$$(5)\quad \beta \mathrm{F}_1(\beta+1)+\beta'\mathrm{F}_1(\beta'+1)=(\gamma-1)\mathrm{F}_1(\gamma-1)+(1+\beta+\beta'-\gamma)\mathrm{F}_1$$

et

$$(6)\quad \begin{cases} (\gamma-\alpha)(\gamma-\beta-\beta')xy\,\mathrm{F}_1(\gamma+1) \\ \quad =[(2\gamma-\beta-\beta'-\alpha-1)xy-\beta y-\beta' x]\gamma\mathrm{F}_1 \\ \quad\quad -\gamma(\gamma-1)xy\,\mathrm{F}_1(\gamma-1)+\gamma\beta y\,\mathrm{F}_1(\beta+1)+\gamma\beta' x\,\mathrm{F}_1(\beta'+1). \end{cases}$$

» On peut donc énoncer le théorème suivant :

» *Entre la fonction* F_1 *et trois quelconques des huit fonctions contiguës* $\mathrm{F}_1(\alpha\pm1)$, $\mathrm{F}_1(\beta\pm1)$, $\mathrm{F}_1(\beta'\pm1)$, $\mathrm{F}_1(\gamma\pm1)$ *existe une relation linéaire et homogène dont les coefficients sont des polynômes entiers en* x *et en* y.

» D'ailleurs, de la formule

$$\mathrm{F}_1(\alpha,\beta,\beta',\gamma;x,y)=\sum_{m=0}^{m=\infty}\sum_{n=0}^{m=\infty}\frac{(\alpha,m+n)(\beta,m)(\beta',n)}{(\gamma,m+n)(1,m)(1.n)}x^m y^n,$$

on déduit aisément

$$\mathrm{F}_1(\beta+1)=\mathrm{F}_1+\frac{x}{\beta}\frac{\partial\mathrm{F}_1}{\partial x},$$

$$\mathrm{F}_1(\beta'+1)=\mathrm{F}_1+\frac{y}{\beta'}\frac{\partial\mathrm{F}_1}{\partial y},$$

$$\mathrm{F}_1(\gamma-1)=\mathrm{F}_1+\frac{1}{\gamma-1}\left(x\frac{\partial\mathrm{F}_1}{\partial x}+y\frac{\partial\mathrm{F}_1}{\partial y}\right).$$

» L'énoncé du théorème précédent peut donc être ainsi modifié.

» *Les huit fonctions contiguës sont des fonctions linéaires et homogènes de* F_1, *de* $\frac{\partial\mathrm{F}_1}{\partial x}$ *et de* $\frac{\partial\mathrm{F}_1}{\partial y}$, *les coefficients étant des fonctions rationnelles de* x *et de* y.

» La méthode indiquée pour obtenir ces relations s'applique sans difficulté aux fonctions contiguës suivantes, et l'on peut dire que *toute fonction contiguë* $\mathrm{F}_1(\alpha\pm m,\beta\pm n,\beta'\pm n',\gamma\pm p;x,y)$ *est une fonction linéaire et homogène de* F_1, *de* $\frac{\partial\mathrm{F}_1}{\partial x}$ *et de* $\frac{\partial\mathrm{F}_1}{\partial y}$, *les coefficients étant des fonctions rationnelles de* x *et de* y.

» A cause de la formule

$$\frac{\partial^{m+n}\mathrm{F}_1(\alpha,\beta,\beta',\gamma;x,y)}{\partial x^m\,\partial y^n}$$
$$=\frac{(\alpha,m+n)(\beta,m)(\beta',n)}{(\gamma,m+n)}\mathrm{F}_1(\alpha+m+n,\beta+m,\beta'+n,\gamma+m+n;x,y)$$

on voit que *les dérivées partielles d'ordre supérieur à un de la fonction* F_1 *peuvent s'exprimer en fonction linéaire et homogène de* F_1, *de* $\frac{\partial F_1}{\partial x}$ *et de* $\frac{\partial F_1}{\partial y}$, *les coefficients étant des fonctions rationnelles de* x *et de* y.

» On pourra ainsi trouver en particulier, par cette méthode, les trois équations aux dérivées partielles du second ordre bien connues auxquelles satisfait la fonction F_1.

» Les mêmes théorèmes un peu modifiés ont lieu pour les fonctions

$\Psi = \int_g^h U\,du$, $I = \int_g^{\frac{h}{x}} U\,du$, $J = \int_{\frac{g}{x}}^{\frac{h}{y}} U\,du$ (g et h étant des constantes quelconques). La seule modification à introduire est que les relations indiquées *ne sont plus toujours homogènes*. Il y aura, par exemple, un terme indépendant de Ψ, de $\frac{\partial \Psi}{\partial x}$, et de $\frac{\partial \Psi}{\partial y}$, et qui, en général, sera de nature transcendante. Ajoutons que les relations concernant F_1 et ses contiguës peuvent chacune se vérifier directement. Il n'y a par suite aucune restriction à faire sur les valeurs de α, β, β' et γ.

» 2. On sait que le système des trois équations aux dérivées partielles simultanées du second ordre auxquelles satisfait la série hypergéométrique $F_1(\alpha, \beta, \beta', \gamma; x, y)$ admet dix intégrales de la forme $\int_g^h U\,du$, où g et h désignent deux des cinq quantités 0, 1, ∞, $\frac{1}{x}$, $\frac{1}{y}$.

» Si l'on veut chercher les relations linéaires entre trois ou quatre de ces intégrales supposées non distinctes, on s'aperçoit aisément que *ces relations ne subsistent pas pour toutes les positions de* x *et* y *dans le plan*. Il y a, dans le cas présent, *quatorze* tableaux distincts de relations entre les dix intégrales considérées.

» En précisant, dans chaque intégrale, les arguments choisis pour u, $1-u$, $1-ux$, $1-uy$, ainsi que les chemins suivis, on arrive aux résultats suivants :

» I. x et y sont tous deux dans la région inférieure du plan :

Tableau 1. — Le segment de droite $\left(1-x, 1-\frac{x}{y}\right)$ coupe X entre 0 et 1;

Tableau 2. — » » » » à gauche de 0;

Tableau 3. — » » $\left(1-y, 1-\frac{y}{x}\right)$ » entre 0 et 1;

Tableau 4. — » » » » à gauche de 0.

» II. x et y sont tous deux dans la partie supérieure du plan; on obtiendra, comme dans le cas précédent, quatre autres tableaux, les tableaux 5, 6, 7, 8.

» III. x est dans la partie inférieure du plan, y dans la partie supérieure :

Tableau 9. — Le segment $\left(\frac{1}{x}, \frac{1}{y}\right)$ coupe X à gauche de o;
Tableau 10. — » » » entre o et 1;
Tableau 11. — » » » à droite de 1.

» IV. x est dans la partie supérieure du plan, y dans la partie inférieure.

» On aura trois autres tableaux, 12, 13 et 14, comme dans le cas précédent.

» Certaines relations pourront être communes à deux ou plusieurs tableaux. Il pourra se faire que trois intégrales soient distinctes dans l'un des tableaux et non distinctes dans un autre. Enfin il ne sera pas toujours possible d'obtenir *directement*, par l'application du théorème de Cauchy à un contour convenablement choisi, la relation qui existe entre trois ou quatre intégrales non distinctes données à l'avance. Il pourra, en effet, arriver que deux des chemins décrits par la variable *u se croisent*. Il faudra alors procéder par élimination entre d'autres relations trouvées directement. Les intégrales pour lesquelles ce fait se présente ne seront pas les mêmes dans les différents tableaux.

» Chaque tableau contient 162 relations. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Caractère de convergence des séries*. Note de M. **A. de Saint-Germain**, présentée par M. Darboux.

« Dans une Note présentée à l'Académie des Sciences, le 11 janvier 1892, et publiée dans le compte rendu de la séance, M. Jamet montre qu'une série U à termes positifs u_0, u_1, ... est convergente ou divergente suivant que, pour n infini, $\lim u_n^{n-p}$ est < 1 ou > 1. Cette règle peut être comprise dans une autre, de forme plus générale, et susceptible d'être complétée de manière à lever, dans certains cas, le doute que la première laisse subsister sur la convergence.

» Soit $\varphi(n)$ une fonction positive pour de grandes valeurs de n et assujettie à la seule condition que, pour n infini, $\varphi(n)\log n$ tende vers zéro :

je dis que U sera convergente ou divergente suivant que $\lim u_n^{\varphi(n)}$ sera < 1 ou > 1; en second lieu, si l'on a, ε_n étant nul pour n infini,

$$u_n^{\varphi(n)} = 1 - \varepsilon_n,$$

U sera convergente ou divergente suivant que $\lim \frac{\varepsilon_n}{\varphi(n)\log n}$ sera > 1 ou < 1.

» Il suffit évidemment de démontrer la seconde proposition, qui entraînera la première. Soit V la série dont le terme général v_n est $\frac{1}{n^\alpha}$: on a

$$v_n^{\varphi(n)} = e^{-\alpha \log n\, \varphi(n)} = 1 - (1 + \beta_n)\alpha \log n\, \varphi(n),$$

β_n tendant vers zéro; la quantité analogue à $\frac{\varepsilon_n}{\varphi(n)\log n}$ a pour limite α; or V est convergente ou divergente suivant que α est $\gtrless 1$; un raisonnement de forme bien connue permet d'en déduire notre proposition.

» La première partie peut être généralisée : si $\varphi(n)\log n$ a une limite finie μ, U est convergente ou divergente suivant que $\lim u_n^{\varphi(n)}$ est $\lessgtr e^{-\mu}$; on a, en effet, k et k' étant > 1 dans le premier cas, < 1 dans le second,

$$u_n = e^{-\frac{k\mu}{\varphi(n)}} = e^{-k' \log n} = \frac{1}{n^{k'}};$$

et la démonstration s'achève aisément. »

THÉORIE DES NOMBRES. — *Critérium de divisibilité par un nombre quelconque.* Note de M. **Fontés**, présentée par M. Cornu.

« M. Loir a donné [1], pour reconnaître si un nombre entier N est divisible par un autre M, une méthode, cas particulier de celle, postérieure, qu'a proposée M. Perrin [2]. Celle-ci nous paraîtrait être le dernier mot des recherches de ce genre, si elle fournissait directement le résidu minimum de N (mod. M), qui exige un calcul à part, indiqué d'ailleurs par M. Perrin. Mais parmi les nombres pouvant être aisément déduits de N, ayant même résidu minimum, suivant le module M, et, par suite, pouvant fournir des caractères de divisibilité par M, il en existe de remarquables

---

(1) *Comptes rendus*, 1er semestre. 1888, p. 1070.
(2) *Association française*, 9 août 1889; Paris. Mémoires, p. 24.

dont le calcul est d'une simplicité comparable à celle des calculs de MM. Loir et Perrin. L'emploi de ces nombres fait l'objet de la présente Note.

» Soit N le nombre proposé, M un diviseur quelconque, premier ou non, mais non composé avec des facteurs de la base B de numération. Soit q le résidu minimum $\left(\text{compris entre } -\frac{M}{2} \text{ et } +\frac{M}{2}\right)$ de B^m (m entier positif) suivant le module M. Je puis décomposer N, en commençant par la droite, en tranches de m chiffres, $\lambda_m, \varkappa_m, \ldots, \gamma_m, \beta_m, \alpha_m$, de telle sorte que, si $f(x)$ désigne la fonction $\alpha_m x^n + \beta_m x^{n-1} + \gamma_m x^{n-2} + \ldots \varkappa_m x + \lambda_m$, on ait $N = f(B^m)$. Cela posé, j'observe que, d'après la définition de q, on a $B^m = q + M\Omega$ (Ω étant un certain entier positif). J'en déduis

$$(1) \quad \begin{cases} N = f(q + M\Omega) \\ \quad = f(q) + M\frac{\Omega}{1!}f(q) + M^2\frac{\Omega^2}{2!}f^n(q) + \ldots + M^n\frac{\Omega^n}{h!}f^{(n)}(q). \end{cases}$$

» Cette égalité m'apprend que N et $f(q)$ ont même résidu minimum (mod M). $f(q)$, que je désignerai par Δ_m, étant toujours plus petit que N, je puis m'en servir comme de critérium de divisibilité de N par M. Son expression est

$$\Delta_m = \alpha_m q^n + \beta_m q^{n-1} + \gamma_m q^{n-2} + \ldots + x_m q + \lambda_m.$$

» Si je ne veux l'utiliser que pour rechercher le résidu minimum de N (mod M), j'observerai que, dans son développement, certaines puissances de q, à partir de la $(n-k)^{\text{ième}}$, peuvent être supérieures, en valeur absolue, à $\frac{M}{2}$. On pourra, dans ce cas, former un autre nombre θ_m, congru à Δ_m (mod M), en remplaçant $q^{n-k}, q^{n-k+1}, \ldots, q^n$ par leurs résidus minimums $r_{n-k}, r_{n-k+1}, \ldots, r_n$ suivant le module. Ce nombre

$$\theta = \alpha_m r_n + \beta_m r_{n-1} + \gamma_m r_{n-2} + \ldots + \eta r_{n-k} + \theta q^{n-k-1} + \ldots + x_m q + \lambda_m$$

sera plus petit et d'un calcul plus facile que Δ_m. Ses coefficients pourront être calculés à l'avance pour chaque module M. m est limité lui-même, d'abord par le théorème d'Euler, qui nous apprend qu'une de ses valeurs m_1, diviseur de $\varphi(M)$ correspond à $q = 1$, et par ce fait que, dans certains cas, la valeur m_2 de m, qui correspond à $q = -1$, est plus petite que m_1. Si donc, le nombre des chiffres de N est très grand, on commencera par former, par voie d'addition ou de soustraction, un autre nombre Δ_{m_1} ou Δ_{m_2}, qu'on ramènera toujours à n'avoir que m_1 (ou m_2) chiffres au plus. Puis

on choisira, parmi les puissances de B inférieures à la m_1^e (ou la m_2^e), celle à laquelle correspond la valeur de q, qui fournit les coefficients de l'usage le plus facile pour le calcul des nombres Δ ou θ.

» Ainsi, si nous voulons chercher le criterium de 43 dans le système décimal, nous observerons que $10^{21}+1\equiv 0 \pmod{43}$, et nous ramènerons N à un nombre Δ_{21} qui aura 21 chiffres au plus. Puis, comme $10^7-6\equiv 0 \pmod{43}$, nous diviserons Δ_{21} en tranches de 7 chiffres et nous aurons

$$\theta_7 = -7\alpha_7 + 6\beta_7 + \gamma_7.$$

» Le nombre de 7 chiffres pourra être ramené lui-même à 3 en calculant $\theta_3 = -8\alpha'_1 + 11\beta'_3 + \gamma'_3$, puis à 2 par $\theta_2 = 14\alpha''_1 + \beta''_2$, et ce dernier donnera le résidu minimum de N (mod 43).

» Le calcul direct du résidu n'est pas le seul avantage de l'emploi des nombres Δ_m. J'ai fait voir par ailleurs (1), que la différence $N-\Delta$ a pour valeur le produit de M par

$$\Omega[\alpha_m(B^m)^{n-1} + (\alpha_m q + \beta_m)(B^m)^{n-2} + (\alpha_m q^2 + \beta_m q + \gamma_m)(B^m)^{n-3} + \ldots \\ + (\alpha_m q^{n-1} + \beta_m q^{n-2} + \gamma_m q^{n-3} + \ldots - + \varkappa)],$$

où chaque coefficient de la parenthèse peut se déduire du précédent en le multipliant par q et ajoutant un coefficient de $f(x)$. Δ_m provient du dernier suivant la même loi. Ce mode de calcul, qu'on a intérêt à employer si l'on a besoin d'un quotient de N par M, réduit la division de tout nombre, si grand qu'il soit, à celle d'un nombre limité m de chiffres (m ne dépendant que du diviseur), et permet, dans certains cas, la suppression complète de la division arithmétique (2).

» Ce qui précède peut être établi (un peu moins brièvement, il est vrai) au moyen des mathématiques les plus élémentaires, ce qui en rend l'application aisée au grand nombre de calculateurs. »

---

(1) *Mémoires de l'Académie de Toulouse*, t. IV, 1892; *Note sur la division*, p. 289.

(2) *Association française*, 19 septembre 1892; Pau.

MÉCANIQUE ANALYTIQUE. — *Sur le mouvement d'un point matériel dans le cas d'une résistance proportionnelle à la vitesse.* Note de M. **Elliot**, présentée par M. Darboux.

« 1. Supposons que le point de masse égale à l'unité soit sollicité par des forces dérivant d'un potentiel U. Les équations du mouvement sont, en désignant par k une constante,

$$\frac{d^2 x_i}{dt^2} + k\frac{dx_i}{dt} = \frac{\partial U}{\partial x_i} \qquad (i = 1, 2, 3). \tag{1}$$

En suivant la marche usitée pour établir les formules de Lagrange, on verra immédiatement que le changement de variables $x_i = \varphi_i(q_1, q_2, q_3)$ transforme les équations (1) en celles-ci

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial q'_h}\right) + k\frac{\partial T}{\partial q'_h} - \frac{\partial T}{\partial q_h} = \frac{\partial U}{\partial q_h} \qquad (h = 1, 2, 3), \tag{2}$$

où q'_h est la dérivée de q_h par rapport à t et T la demi-force vive.

» Les formules (2) s'appliquent encore lorsque le point est assujetti à se mouvoir sur une surface ou sur une courbe. Les termes correspondant à la réaction normale qui doivent alors compléter les équations (1) disparaissent, comme on sait, dans les combinaisons qui fournissent les équations de Lagrange. L'entier h aura, dans ce cas, les valeurs 2 ou 1.

» On ramène les équations (2) à la forme canonique en substituant aux q'_h les nouvelles variables $p_h = e^{kt}\frac{\partial T}{\partial q'_h}$. Après cette substitution, les équations (2) deviennent

$$\frac{dq_h}{dt} = e^{kt}\frac{\partial(T-U)}{\partial p_h}, \qquad \frac{dp_h}{dt} = -e^{kt}\frac{\partial(T-U)}{\partial q_h}. \tag{3}$$

Il en résulte que si l'on considère l'équation aux dérivées partielles

$$\frac{\partial V}{\partial t} + e^{kt}(T-U) = 0, \tag{4}$$

où les q'_h ont été remplacés en fonction des p_h, et où les p_h eux-mêmes sont remplacés par $\frac{\partial V}{\partial q_h}$, la connaissance d'une intégrale complète de l'équation (4) permettra de trouver les équations finies du mouvement par la méthode de Jacobi.

» M. Appell, à qui j'avais communiqué ce résultat, a bien voulu me faire observer qu'il pouvait être prévu et trouvé par suite de cette circonstance que les équations (1), après le changement de variables $t_1 = e^{-kt}$, se transforment dans les suivantes :

$$\frac{d^2 x_i}{\partial t_1^2} = \frac{\partial U_1}{\partial x_i}, \qquad \text{avec} \qquad U_1 = \frac{1}{k^2 t_1^2} U.$$

» Ces dernières équations sont sous une forme qui permet évidemment l'application de la méthode de Jacobi, après des transformations connues.

» 2. Si, en particulier, on rapporte le mouvement à des coordonnées rectangulaires, l'équation (4) fournit l'équation aux dérivées partielles

$$(5) \qquad \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2} e^{-kt} \left(\frac{\partial V^2}{\partial x^2} + \frac{\partial V^2}{\partial y^2} + \frac{\partial V^2}{\partial z^2} \right) - e^{kt} U = 0,$$

que la substitution $V = e^{kt} W$ transforme en

$$(6) \qquad \frac{\partial W^2}{\partial x^2} + \frac{\partial W^2}{\partial y^2} + \frac{\partial W^2}{\partial z^2} + 2kW - 2U = 0.$$

Ces équations conviennent au mouvement dans un plan ou sur une ligne droite, quand on réduit le nombre des variables à 2 ou 1.

» Le mouvement sur une courbe se ramène au mouvement sur une droite. Il suffit de prendre l'arc de courbe comme variable et de projeter le mouvement sur la tangente. Dans ce cas, l'équation (6) est une équation différentielle ordinaire

$$(7) \qquad \frac{dW^2}{dx^2} + 2kW - 2f(x) = 0;$$

mais, même dans ce cas simple, il arrive rarement que l'on puisse intégrer.

» L'intégration se ramène à des quadratures si la force $f'(x)$ est en raison directe ou inverse de la distance. Elle se ramène à l'intégration d'une équation de Riccati, si la forme est en raison inverse du carré ou de la racine carrée de la distance.

» Dans le cas d'un mouvement plan, l'équation (6) est à deux variables x et y. Elle admet, lorsque $U = f\left(\frac{y}{x}\right)$, l'intégrale du premier degré

$$\alpha \frac{\partial W}{\partial x} + \beta \frac{\partial W}{\partial y} + W + \gamma = C,$$

où α, β, γ sont des fonctions de x et y, et C une constante arbitraire. La recherche d'une intégrale complète revient alors à l'intégration d'une équation aux différentielles totales; mais cette dernière se ramène elle-même à celle de l'équation ordinaire

$$\frac{d\varphi^2}{d\theta^2} + \varphi^2 = 2f(\tang\theta) + 2kC.$$

C'est ce genre d'équations que l'on rencontre dans la recherche des lignes géodésiques des surfaces spirales. On ne sait les intégrer que dans des cas extrêmement restreints.

» Si la force est dirigée vers un centre fixe et fonction $f'(r)$ de la distance du mobile à ce centre, l'équation (5) à trois variables t, x, y devient, en coordonnées polaires,

$$2r^2 e^{kt}\frac{\partial V}{\partial t} + r^2\frac{\partial V^2}{\partial r^2} - 2e^{2kt}r^2 f(r) + \frac{\partial V^2}{\partial\theta^2} = 0.$$

» En posant $V = C\theta + V_1$, où C est une constante arbitraire, et faisant la substitution $e^{-kt} = kt_1$, il suffit de trouver une intégrale complète de l'équation

$$\frac{\partial V_1^2}{\partial r^2} - 2\frac{\partial V_1}{\partial t_1} + \frac{C^2}{r^2} - \frac{2f(r)}{k^2 t_1^2} = 0,$$

qui n'est plus qu'à deux variables r et t_1. Quelle que soit la constante C, cette dernière équation admet une intégrale du premier degré pour une loi de force

$$f'(r) = \frac{1}{4}m(m-2)k^2 r + \frac{4-2m}{m}Ar^{\frac{4-3m}{m}},$$

où m et A sont des constantes quelconques. Pour $m = 2$, la force est en raison inverse de la distance. Dans ces différents cas, on saura trouver, par des quadratures, le mouvement du mobile. »

ÉLASTICITÉ. — *Sur la forme générale de la loi du mouvement vibratoire dans un milieu isotrope.* Note de M. E. **Mercadier**, présentée par M. Cornu.

« I. *Corps isotrope de dimensions et de forme géométrique déterminées.* — Supposons qu'on ébranle ce corps en un point. Soient n le nombre de ses vibrations par seconde, q l'élasticité; δ la masse spécifique, φ une fonction

des dimensions géométriques, et, par suite, de l'unité de longueur, de degré x indéterminé. Admettons que la loi du mouvement ne dépende pas d'autres quantités.

» Soient L, M, T les unités fondamentales mécaniques de longueur, de masse et de temps. Formons le tableau des *dimensions* des quantités ci-dessus indiquées, en laissant indéterminé le degré de φ, par rapport à L :

	L.	M.	T.
n	0	0	−1
q	−1	1	−2
δ	−3	1	0
φ	x	0	0

» La loi cherchée doit s'exprimer par une équation entre n, q, δ, φ, indépendante des trois unités.

» Or : 1° Pour qu'elle soit indépendante de l'unité de masse, il faut qu'elle ne dépende que de $\frac{q}{\delta}$.

» 2° Pour qu'elle soit indépendante de l'unité de temps, il faut qu'elle ne dépende que de $\frac{n}{\sqrt{\frac{q}{\delta}}}$.

» 3° Enfin, pour qu'elle soit indépendante de l'unité de longueur, il faut qu'elle soit de la forme $\frac{n\varphi_1}{\sqrt{\frac{q}{\delta}}} = \mathrm{A}$, φ_1 étant du premier degré en L et A une constante; la forme $\frac{\sqrt{\frac{q}{\delta}}}{n\varphi_1} = \mathrm{A}$ serait bonne également; mais elle revient à la précédente.

» Ainsi la loi du mouvement vibratoire d'un corps élastique isotrope de forme géométrique quelconque, ébranlé en un de ses points, se trouve déterminée dans sa forme générale, si elle ne dépend que des seuls éléments indiqués ci-dessus.

» En particulier, si l'on veut exprimer le nombre n de vibrations dans l'unité de temps, on a

$$n = \mathrm{A}\sqrt{\frac{q}{\delta}}\,\frac{1}{\varphi_1} \qquad \text{ou} \qquad n = \sum \mathrm{A}\sqrt{\frac{q}{\delta}}\,\frac{1}{\varphi_1},$$

c'est-à-dire une somme de termes de même forme.

» La fonction φ_1 du premier degré des paramètres linéaires, qui défi-

nissent la forme géométrique du corps, se déterminera d'une façon explicite dans chaque cas particulier, ainsi que la question de savoir si n est exprimé par un ou plusieurs termes.

» Exemples : I. *Sphères vibrantes.* — La fonction φ est caractérisée par un seul paramètre, le rayon R : il suffit de poser $\varphi_1 = R$, d'où

$$n = A\sqrt{\frac{q}{\delta}}\,\frac{1}{R}.$$

» L'expérience vérifie en effet que, dans ce cas, n est en raison inverse de R.

» II. *Disques circulaires d'épaisseur e et de diamètre d.* — La forme géométrique de ces corps est déterminée par ces deux paramètres. La forme de φ_1 peut être $d^{\frac{1}{m}} e^{1-\frac{1}{m}}$, ou $d^{m+1} e^{-m}$, ou $e^{m+1} d^{-m}$, ... Mais l'expérience démontre que le nombre de vibrations de disques de même diamètre augmente proportionnellement à l'épaisseur e; cela suffit pour que φ_1 soit nécessairement de la forme $\frac{d^2}{e}$ et $n = A\sqrt{\frac{q}{\delta}}\,\frac{e}{d^2}$. C'est la loi connue des vibrations des disques circulaires.

» III. *Plaques carrées, d'épaisseur e et de côté l.* — On trouve, comme ci-dessus, que φ_1 doit être de la forme $\frac{e}{l^2}$.

» IV. *Verges rectangulaires d'épaisseur e, de longueur l, de largeur* λ. — La forme de la fonction φ_1 est déterminée par l'expérience qui démontre que n varie proportionnellement à e et en raison inverse de l; donc φ_1 est de la forme $\frac{l\lambda}{e}$ et $n = A\sqrt{\frac{q}{\delta}}\,\frac{e}{l\lambda}$.

» Dans le cas où λ est petit par rapport à l, l'expérience montre que n est indépendant de λ; alors φ_1 doit être de la forme $\frac{l^2}{e}$ pour conserver l'homogénéité, et l'on doit avoir

$$n = A\sqrt{\frac{q}{\delta}}\,\frac{e}{l^2},$$

formule connue et vérifiée par l'expérience.

» V. *Cordes de longueur l vibrant longitudinalement.* — Une expérience sommaire, et tout à fait qualitative, suffit pour montrer que le nombre des vibrations est indépendant de la section de la corde. Par suite, la fonction φ_1 ne dépend que de la longueur l, et l'on a nécessairement

$$n = A\sqrt{\frac{q}{\delta}}\,\frac{1}{l},$$

forme connue de la loi des vibrations longitudinales des cordes.

» Elle doit s'appliquer (et s'applique en effet) aux tiges et aux tuyaux sonores.

» Le cas des vibrations transversales se ramène au précédent, en remarquant qu'en ce cas l'élasticité q doit être remplacée par la tension P par unité de surface de la section s de la corde, c'est-à-dire par $\frac{P}{s}$, qui a, d'ailleurs, les mêmes dimensions que q : $ML^{-1}T^{-2}$. On obtient ainsi la formule générale homogène

$$n = A\sqrt{\frac{P}{s\delta}}\,\frac{1}{l},$$

qui est bien la formule des cordes vibrant transversalement.

» VI. *Corps élastiques semblables.* — Si nous considérons deux corps de même nature, semblables au point de vue *géométrique* seulement, si la fonction φ_1 pour l'un d'eux est $\varphi_1(a, b, c, \ldots)$, $a, b, c, \ldots$ étant les paramètres caractéristiques de la forme géométrique, on aura, pour l'autre,

$$\varphi_1(as, bs, cs, \ldots).$$

» Le rapport des nombres de vibrations n et n_s, dans les deux cas, sera

$$\frac{n}{n_s} = \frac{\varphi_1(as, bs, cs, \ldots)}{\varphi_1(a, b, c, \ldots)}.$$

Ce rapport est du degré zéro par rapport aux longueurs, puisque φ_1 est du premier degré; il représente donc une constante *numérique* qui n'est autre que s.

» Si les deux corps géométriquement semblables ne sont pas de même nature, mais sont *mécaniquement* semblables, c'est-à-dire si l'on a

$$\frac{\delta}{\delta'} = \alpha, \qquad \frac{q}{q'} = \gamma,$$

on a

$$\frac{n}{n_s} = \sqrt{\frac{\gamma}{\alpha}}\,s.$$

» En sorte que l'on trouve une loi vérifiée, dans le premier cas, par Savart expérimentalement et, dans le second, démontrée par Cauchy, savoir :

» *Les rapports des nombres de vibrations de deux corps géométriquement et mécaniquement semblables sont en raison inverse des dimensions homologues.* »

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Emploi des ressorts dans la mesure des pressions explosives*. Note de M. **Paul Vieille**, présentée par M. Sarrau.

« L'emploi des ressorts pour l'enregistrement continu de pressions variables avec le temps est fort ancien, et l'indicateur de Watt peut être considéré comme le type des appareils de ce genre. Mais ils ne fonctionnent correctement qu'à la condition que les forces d'inertie du système en mouvement soient à tout instant négligeables, de telle sorte qu'il y ait à tout instant sensiblement équilibre entre la pression motrice et la réaction du ressort mesurée par sa déformation.

» Les conditions de ce mode de fonctionnement statique résultent immédiatement de l'étude théorique et expérimentale des manomètres à écrasement, dits *crushers,* que M. Sarrau et moi avons publiée en 1883.

» Dans ces appareils, en effet, le cylindre de cuivre dont l'écrasement sert de mesure à la pression, ne diffère d'un ressort parfait de masse négligeable que par la propriété de ne se laisser mouvoir que dans un sens, et les conditions qui assurent le fonctionnement statique de l'appareil crusher, sous une pression croissante, s'appliquent sans modification à un système élastique proprement dit.

» La théorie montre que l'élongation maxima que prend un système de masse m, présentant une loi de résistance fonction linéaire de déplacement sous l'action d'une pression fonction du temps, ne dépend que du rapport $\frac{\tau}{\tau_0}$ de la durée τ de développement de la pression à la durée τ_0 de fonctionnement du système sous une pression constante appliquée sans vitesse initiale. Dans le cas d'un système élastique, on voit facilement que cette durée τ_0 n'est autre chose que la demi-période vibratoire du système élastique. On a d'ailleurs $\tau_0 = \pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ où k désigne l'accroissement de résistance du ressort par millimètre de flexion.

» Si la demi-période τ_0 est très courte par rapport à la durée τ du développement de la pression, la théorie indique que le fonctionnement est sensiblement statique.

» La pratique des appareils crushers nous a montré que, dans les applications relatives aux phénomènes explosifs il suffit que le rapport $\frac{\tau}{\tau_0}$ dépasse 3 à 4 pour que les forces d'inertie deviennent entièrement négli-

geables, ainsi qu'il résulte des tracés recueillis qui permettent d'évaluer ces forces.

» Nous nous sommes assuré que cette donnée pratique relative aux appareils crushers s'étendait à tous les types de ressorts.

» Nos essais ont porté sur les ressorts à boudin en usage dans les indicateurs dérivés de l'indicateur de Watt et destinés aux machines à grande vitesse, sur les ressorts Belleville et enfin sur les barreaux métalliques soumis à la flexion.

» On détermine la période vibratoire de ces systèmes sous l'action d'une pression brusquement appliquée par l'explosion d'une petite charge d'un explosif à combustion rapide, tel que le fulminate de mercure ou le picrate de potasse. Puis on cherche, par l'emploi d'explosifs à combustion de plus en plus lente, le moment où le système élastique cesse de vibrer et fournit un enregistrement statique. La durée du développement de la pression fournie par ce tracé est comparée à la valeur τ_0 de la demi-période vibratoire, et l'on reconnaît que, pour des valeurs du rapport $\frac{\tau}{\tau_0}$ supérieures à 3 ou 4, le fonctionnement statique est assuré.

» Ces données conduisent à des conclusions importantes relatives aux conditions dans lesquelles peut être obtenu l'enregistrement continu de pressions très rapides telles que celles qui se produisent dans le tir des armes à feu portatives.

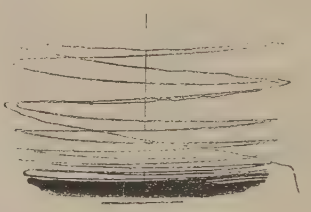
» Dans les fusils de petit calibre en usage dans les armées européennes, malgré l'emploi de poudres relativement très lentes, la durée de développement de la pression maximum ne dépasse pas $\frac{3}{10000}$ de seconde. Par suite, la demi-période τ_0 d'un système élastique capable de suivre statiquement le développement de cette pression ne saurait dépasser $\frac{1}{10000}$ de seconde. Or, pour un ressort parfait de masse négligeable par rapport à la masse du piston transmetteur de la pression, $\tau_0 = \pi\sqrt{\frac{m}{k}}$; le rapport $\frac{m}{k}$ est donc déterminé, mais on peut aller plus loin. La masse du piston transmetteur n'est pas déterminée, la section restant arbitraire, mais les nécessités pratiques d'installation et d'enregistrement du mouvement conduisent, en général, à fixer une longueur minima de ce dispositif transmetteur. Nous n'avons pas réussi, dans nos expériences, à le réduire à moins de 30^{mm}. La masse par unité de section est donc, *a priori*, fixée, et la valeur de τ_0 détermine le rapport $\frac{\omega}{k}$ de la section au coefficient k.

» La pression maximum développée dans l'arme étant connue, la pres-

sion $\frac{P}{\omega}$ appliquée au système élastique fournira une flexion $\varepsilon = \frac{P}{\omega} k$ entièrement déterminée. Dans les armes actuelles où la pression est de l'ordre de 2400^{kg} par centimètre carré, on trouve ainsi que l'amplitude limite du tracé pour un ressort parfait de masse négligeable par rapport à l'organe transmetteur ne peut dépasser 1^{mm}.

» L'enregistrement statique des lois de développement de pressions rapidement variables entraîne donc fatalement l'emploi de tracés de faible amplitude et l'exactitude des résultats doit être cherchée dans la précision des lectures au microscope de tracés présentant une grande finesse.

» Le tracé ci-contre, agrandi trente fois par photographie directe, a été obtenu dans une arme de guerre de petit calibre tirant sous la pression maximum de 2400^{kg} par centimètre carré un projectile avec la vitesse initiale de 620^{m}.



» Le ressort était constitué par un barreau d'acier fléchi par un piston soumis à la pression de l'arme. La demi-période du système élastique est de $\frac{1,01}{10\,000}$ de seconde, et l'on voit que ce système a enregistré statiquement une pression dont la durée de développement jusqu'au maximum est de $\frac{3}{10\,000}$ de seconde.

» Le dispositif d'enregistrement par lame vibrante sur un tableau enfumé ne diffère pas de celui que nous avons décrit dans une Communication précédente; mais le tracé fournit la courbe montante et descendante des pressions. »

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Sur la décroissance de la température dans l'air avec la hauteur*. Note de M. **Alfred Angot**, présentée par M. Mascart.

« On ne possède, jusqu'à ce jour, que peu de renseignements sur les lois de la décroissance de la température dans l'air avec la hauteur. Les observations de montagnes ne sont pas satisfaisantes à cet égard, car les stations supérieures et inférieures sont toujours dans des conditions topo-

graphiques très différentes, ce qui influe beaucoup sur la marche relative des températures. Des observations ont été faites à plusieurs reprises sur des tourelles ou sur des mâts; la distance au sol est alors trop faible.

» Il était tout indiqué d'utiliser la tour Eiffel pour des recherches de ce genre. Trois thermomètres enregistreurs Richard y ont été installés, à la fin de 1889, sous des abris convenables, un peu au-dessus de la seconde plate-forme, à la plate-forme intermédiaire et au sommet, respectivement à 123^m, 197^m et 302^m au-dessus du sol. Les courbes des enregistreurs, contrôlées plusieurs fois par semaine au moyen d'observations directes, ont été dépouillées, heure par heure, et comparées ensuite aux nombres obtenus au parc Saint-Maur, à 2^m au-dessus du sol.

» Nous indiquerons ici les résultats obtenus dans les deux premières années 1890 et 1891; comme ils sont absolument concordants pour les mois correspondants de ces deux années, nous ne donnerons, pour abréger, que les moyennes et même, au lieu du détail des observations horaires, nous nous bornerons à considérer deux périodes de quatre heures chacune, l'une de minuit à 4^h du matin, l'autre de midi à 4^h du soir; ce sont les plus caractéristiques. Tous les nombres seront du reste publiés en détail dans les *Annales du Bureau central météorologique*.

» Le Tableau suivant contient, pour chaque mois, les températures moyennes obtenues dans les deux années 1890 et 1891, d'une part entre minuit et 4^h du matin, de l'autre entre midi et 4^h du soir, aux quatre altitudes indiquées plus haut.

Température moyenne.

	Entre minuit et 4^h du matin				Entre midi et 4^h du soir.			
	2^m.	123^m.	197^m.	302^m.	2^m.	123^m.	197^m.	302^m.
Janvier......	1°,37	2°,05	1°,98	1°,59	4°,79	4°,07	3°,47	2°,74
Février......	0,35	1,48	1,75	1,59	5,91	4,49	3,90	3,28
Mars........	3,90	4,50	4,59	3,80	9,53	7,95	7,19	6,35
Avril........	5,40	5,89	5,78	5,23	12,21	10,44	9,63	8,83
Mai.........	9,63	10,39	10,33	9,65	16,95	15,38	14,37	13,60
Juin........	12,09	13,22	13,32	12,40	20,16	18,33	17,39	16,62
Juillet.......	13,30	14,02	14,02	13,13	20,22	18,76	17,75	17,02
Août........	12,97	13,97	14,19	13,41	20,64	19,24	18,40	17,60
Septembre...	11,71	13,79	14,29	13,77	20,11	18,98	18,17	17,25
Octobre.....	8,07	9,61	10,22	9,66	14,20	13,28	12,55	11,55
Novembre...	4,25	4,68	4,66	4,24	7,71	6,77	6,26	5,38
Décembre...	— 0,30	0,27	0,27	— 0,02	2,96	2,19	1,83	1,04

» *Variation de la température pendant la nuit.* — Dans tous les mois sans exception, la température commence par augmenter à mesure que l'on s'éloigne du sol; elle passe par un maximum à une hauteur variable, mais qui est en moyenne de 170^m. La différence entre la température maximum et celle qu'on observe à 2^m du sol, est, en moyenne, de 1°,1; elle est le plus faible en hiver et au printemps (0°,7) et atteint sa plus grande valeur en automne (2°,1 en octobre et 2°,6 en septembre).

» Cette inversion de température, qui avait été signalée, à titre exceptionnel, dans les stations de montagnes, apparaît ici comme le phénomène normal dans les observations faites à l'air libre. L'explication en est, du reste, bien connue : pendant la nuit, le sol se refroidit beaucoup par rayonnement; l'air, au contraire, dont le pouvoir émissif est très faible, se refroidit surtout, non par rayonnement, mais par le contact avec le sol. Les couches les plus basses doivent donc être les plus froides. A une distance suffisante, l'influence du sol cessant de se faire sentir, la température diminue quand la hauteur augmente, comme le veut la loi de la détente des gaz.

» La hauteur de 300^m n'est pas suffisante pour permettre de déterminer exactement la loi de décroissance de la température à partir du point où l'influence du sol cesse de se faire sentir. Si toutefois l'on construit, pour chaque mois, la courbe qui donne la variation de température avec la hauteur, on constate que l'inclinaison de la courbe à 300^m correspond à une variation de 0°,5 environ pour 100^m en hiver, de 0°,6 en automne, de 0°,7 au printemps et de 0°,8 en été.

» *Variation de la température pendant la journée.* — Dans la journée, la température décroît régulièrement à mesure que l'on s'éloigne du sol; on peut donc prendre la moyenne des températures obtenues aux deux stations intermédiaires, ce qui donne la température exactement à 160^m du sol; en comparant ces nombres à ceux des deux stations extrêmes, on aura la décroissance moyenne de la température, d'une part entre le sol et 160^m, de l'autre entre 160^m et 302^m. On obtient ainsi le Tableau suivant :

Décroissance moyenne de température pour 100^m.

	Janv.	Fév.	Mars.	Avril.	Mai.	Juin.	Juill.	Août.	Sept.	Oct.	Nov.	Déc.
Entre le sol et 160^m.....	0°,65	1°,09	1°,24	1°,37	1°,32	1°,46	1°,25	1°,15	0°,97	0°,82	0°,75	0°,60
Entre 160^m et 302^m......	0,73	0,64	0,86	0,85	0,89	0,87	0,87	0,86	0,94	0,96	0,80	0,68

» La loi de la détente adiabatique des gaz indique que l'équilibre n'est

stable dans l'atmosphère qu'autant que la décroissance de la température y est inférieure à 1° pour 100^{m}. Cette condition est toujours remplie en moyenne au-dessus de 160°; mais elle cesse de l'être au-dessous depuis février jusqu'en septembre. Dans tous ces mois, les couches les plus basses de l'atmosphère doivent donc être, au milieu du jour, le siège de courants ascendants. On avait admis l'existence de ces courants pour expliquer différents phénomènes, comme la variation diurne de la tension de la vapeur d'eau et de la vitesse du vent, telles qu'on les observe près du sol. Les observations de température que nous venons de discuter justifient cette hypothèse pour ce qui concerne les couches inférieures de l'atmosphère, en montrant que les conditions thermiques y sont telles, dans les heures les plus chaudes de la journée, que des courants ascendants s'y produisent nécessairement.

» Nous n'avons considéré, dans ce qui précède, que les lois de la décroissance moyenne de la température avec la hauteur; il y aura lieu ultérieurement de rechercher ce qui se produit dans des conditions particulières intéressantes, tempêtes, orages, etc. »

PHYSIQUE. — *Sur la température de l'arc électrique*. Note de M. **J. Violle**, présentée par M. Mascart.

« I. J'ai expérimenté sur l'arc électrique produit dans des conditions très variées, depuis 10 ampères et 50 volts jusqu'à 400 ampères et 85 volts, consommant de 500 à 34000 watts, c'est-à-dire de 0,7 à 46 chevaux-vapeur. Les expériences ont été effectuées au moyen d'une excellente machine à courant continu que m'a gracieusement prêtée la compagnie Edison.

» M. Tresca m'a aidé avec son habileté et son obligeance bien connues; je lui suis d'autant plus reconnaissant qu'aux puissances que nous avons atteintes les expériences deviennent très pénibles : on ne sait plus comment préserver le visage et principalement les yeux.

» Cependant, et c'est là le premier fait sur lequel je me permets d'appeler l'attention de l'Académie, surtout à cause de l'étendue des limites dans lesquelles j'ai opéré, l'intensité intrinsèque, l'éclat de la plage positive est identiquement le même pour ces arcs de puissances si différentes. Les mesures que j'ai prises avec mon spectrophotomètre en diverses régions du spectre ne laissent aucun doute sur ce point, non plus que les photographies que j'ai obtenues.

» Il résulte de là que la température du charbon positif, ainsi que celle des particules de carbone contenues dans l'arc, est constante, quelle que soit la dépense d'énergie. C'est donc la température de volatilisation du carbone.

» II. J'ai entrepris de la mesurer. A cet effet, j'ai produit l'arc à 400 ampères entre deux charbons de grosseur telle que, après cinq ou six minutes de chauffe, l'extrémité positive présentât sur une longueur de près de 1^{cm} l'éclat qui caractérise la température limite. On avait d'ailleurs pratiqué d'avance sur le charbon positif un évidement à 2^{cm} environ de l'extrémité et, quand, par suite de l'usure du charbon, il ne restait plus à cette extrémité qu'un bouton d'éclat bien homogène, un choc détachait ce bouton et le faisait tomber dans un calorimètre disposé comme pour mes expériences sur les métaux réfractaires. Je rappellerai seulement que le corps chaud tombe dans un petit vase cylindrique en cuivre placé au milieu de l'eau du calorimètre. J'avais mis au fond de ce vase un disque de graphite ; un autre disque était jeté vivement sur le bouton de charbon dès que celui-ci était tombé dans le vase, puis on appliquait sur le vase son couvercle ; la chaleur apportée était alors très aisément mesurée suivant le procédé habituel. Avec l'enceinte due à M. Berthelot et un système d'écrans en carton d'amiante, on peut se préserver à peu près complètement du rayonnement de l'arc et, en tous cas, réduire assez la correction provenant de ce fait pour que deux expériences à blanc, exécutées avant et après la mesure, permettent de l'évaluer exactement. La perte de chaleur éprouvée par le bouton dans sa chute est d'ailleurs nécessairement très faible, l'ouverture du petit vase étant amenée à 10^{cm} environ des charbons, et le bouton, grâce au choc, franchissant rapidement ce court espace au milieu de la vapeur de l'arc.

» J'ai trouvé ainsi que la quantité de chaleur abandonnée par 1^{gr} de charbon, ou, ce qui revient au même, la quantité de chaleur nécessaire pour porter 1^{gr} de graphite de 0° à la température de volatilisation du carbone est de 1600 calories (gramme, degré centigrade). Or, d'après les expériences de Weber et de Dewar, il faut environ 300 calories pour chauffer 1^{gr} de graphite de 0° à 1000°. Il reste 1300 calories attribuables à l'échauffement depuis 1000° jusqu'au point de volatilisation du carbone. Si nous admettons qu'au-dessus de 1000° la chaleur spécifique du graphite ait sa valeur théorique 0,52, ces 1300 calories représentent 2500°, de sorte que la température cherchée est 3500°.

» Telle est la température de la partie la plus chaude du charbon positif ainsi que de l'arc, ou la température de volatilisation du carbone.

» Dans une prochaine Communication, j'indiquerai les conséquences de ces faits rapprochés des mesures photométriques que j'ai faites par la vision directe et la photographie.

» J'ai voulu dès aujourd'hui établir l'existence d'un nouveau point fixe et déterminer, autant que possible, la position de ce point dans l'échelle des températures. »

Remarques sur les hautes températures et sur la vaporisation du carbone;
par M. **Berthelot**.

« Les expériences de M. Violle sur la température de l'arc électrique sont d'une grande importance pour les chimistes et pour les physiciens. Peut-être ne sera-t-il pas inutile d'en accroître encore l'intérêt, en en montrant l'accord avec certaines données, observées il y a quelques années par M. Vieille et par moi, dans nos études sur les mélanges gazeux explosifs. Nous y avons établi l'existence de températures effectives voisines de 4000° et même de 4500°, par la mesure des pressions développées à volume constant, dans la combustion des mélanges de cyanogène et d'oxygène par exemple ([1]); la méthode de calcul ([2]) qui permet d'en déduire les températures, ou plus exactement des limites qui les comprennent, est indépendante de toute hypothèse, ou mesure directe, fondée sur les chaleurs spécifiques. On remarquera que les températures les plus élevées, qui aient été observées dans nos expériences, surpassent celle de l'arc électrique, laquelle est voisine de 3500°, d'après M. Violle. Cette dernière température est nécessairement définie, comme ce savant le fait observer avec raison, par la volatilisation du carbone. Or certains essais de M. Vieille rendaient probable, vers 3200°, l'existence d'une notable tension de la vapeur du carbone. La concordance entre les résultats obtenus par des voies si différentes doit être notée.

» Elle mérite une attention d'autant plus grande que le phénomène de la vaporisation du carbone n'est point d'ordre purement physique. Ainsi que j'ai eu occasion de l'établir, le carbone, dans son état actuel, n'est pas comparable par sa constitution aux éléments tels que l'oxygène, l'hydrogène ou l'azote, auxquels il se trouve associé dans des combinaisons gazeuses.

» Le carbone, dans son état actuel, représente un corps polymérisé,

---

([1]) *Annales de Chimie et de Physique*, 6e série, t. IV, p. 59.
([2]) Même Recueil, 5e série, t. XII, p. 309; 1877.

limite de condensation des carbures d'hydrogène, ou autres composés carbonés.

» Pour le réduire en gaz, dans son état monomoléculaire, il faut donc lui restituer à la fois l'énergie perdue dans cette polymérisation, — ce qui représente un phénomène chimique, — et l'énergie nécessaire à la réduction physique en vapeur de l'élément monomoléculaire.

» Ces considérations, que j'ai développées dans mes Cours du Collège de France depuis 1865, et dans les *Annales de Chimie et de Physique* en 1869, tendent à déterminer la grandeur de l'énergie en vertu de laquelle le carbone gazeux intervient dans les réactions effectuées à haute température, énergie plus grande que celle du carbone solide : sa valeur serait égale ou supérieure à 68^{Cal} pour la formation de l'oxyde de carbone et à 136^{Cal} pour celle de l'acide carbonique. Cette valeur rend compte d'une multitude de phénomènes; par exemple, de la synthèse de l'acétylène par l'union directe de l'hydrogène et du carbone gazeux dans l'arc électrique. Les expériences de M. Violle, tendant à fixer vers 3500° le point d'ébullition (et de transformation) du carbone sous la pression atmosphérique, jointes à celles que nous avons faites, M. Vieille et moi, sur les mélanges gazeux explosifs, montrent qu'il s'agit de températures réalisables dans les réactions chimiques.

» Disons même que la tension de vapeur du carbone est déjà sensible et, par conséquent, susceptible d'intervenir, à des températures beaucoup plus basses. On sait, en effet, que cette vapeur est manifestée par l'analyse spectrale, non seulement dans l'étincelle ou dans l'arc électrique, mais dans la combustion opérée au sein de l'atmosphère, sous pression ordinaire : on l'observe notamment à la base des flammes hydrocarbonées [1]; là où la température paraît voisine de 2000°, toujours d'après des déterminations de pression, faites sur les mélanges explosifs et indépendantes de toute hypothèse sur les chaleurs spécifiques.

» L'ensemble de ces résultats tend donc à faire rentrer dans les limites des observations ordinaires des physiciens et des chimistes un ensemble de phénomènes, qui avaient été jusqu'ici rendus obscurs par les évaluations exagérées des températures de l'arc électrique. Ces températures peuvent être atteintes, je le répète, et même dépassées, dans des réactions d'ordre purement chimique.

» A la vérité, il ne serait pas facile de communiquer la température d'un

---

(1) A moins qu'il ne s'agisse alors d'un état monomoléculaire gazeux et instable du carbone.

mélange gazeux explosif à un corps placé dans le vase qui contient ce mélange; mais un chalumeau alimenté par le cyanogène et l'oxygène, dans les proportions correspondantes à la formation de l'oxyde de carbone, fournirait, sous pression constante, une flamme possédant une température voisine de 3500°, d'après nos déterminations de chaleurs spécifiques [1]. On irait sans doute bien au delà par les températures développées dans la compression brusque des gaz, si l'on réussissait à opérer sur des volumes assez considérables pour se mettre à l'abri de l'influence refroidissante des parois. »

ÉLECTRICITÉ. — *Sur l'égalité des vitesses de propagation de l'ondulation électrique dans l'air et le long de fils conducteurs, vérifiée par l'emploi d'une grande surface métallique.* Note de MM. **Ed. Sarasin** et **L. de la Rive**, présentée par M. Poincaré.

« Dans une première série de recherches sur la propagation des ondes électriques hertziennes à travers l'air [2], nous étions arrivés à la conclusion que la vitesse de propagation de ces ondes dans l'air est sensiblement la même que celle avec laquelle elles se transmettent le long de fils conducteurs. La belle expérience de M. Hertz, que nous nous étions bornés à reproduire dans des conditions presque identiques à celles qu'il a décrites, consiste, on le sait, à faire arriver les ondulations électriques normalement sur une grande surface métallique plane, et à observer, à l'aide d'un résonateur circulaire, transporté le long de la normale au centre du miroir, les interférences de l'onde directe et de l'onde réfléchie. La paroi métallique faisant l'office de miroir, dans ces premières recherches, avait presque les mêmes dimensions que la paroi employée par M. Hertz lui-même, soit $2^{m},80$ sur 3^{m}, trop petites cependant pour permettre l'observation de plus d'un nœud en avant du miroir, avec des résonateurs de 50^{cm} de diamètre et au-dessus.

» Nous avons agrandi notre miroir autant que le permettaient les dimensions de notre laboratoire, en portant sa largeur à 5^{m}. Nous avons ainsi

---

(1) *Annales de Chimie et de Physique*, 6e série, t. IV, p. 68 et 69. Il faut augmenter de 2 unités les chaleurs spécifiques moléculaires à volume constant, pour passer aux nombres relatifs à la pression constante.

(2) *Comptes rendus*, séance du 31 mars 1891.

amélioré les conditions de l'expérience pour des petits cercles de 35^{cm} et au-dessous; mais nous n'avons pas gagné grand'chose pour les plus grands.

» La démonstration expérimentale de l'égalité des deux vitesses dans l'air et le long des fils n'était donc pas tout à fait suffisante pour de grandes longueurs d'onde, et il était désirable, comme l'a dit M. Hertz lui-même [1], qu'elle fût faite d'une manière définitive, par des expériences à beaucoup plus grande échelle, avec un miroir de dimension assez considérable pour permettre, avec le cercle de 75^{cm}, l'observation de plusieurs ventres et nœuds d'interférence. Ce sont ces conditions que nous avons réalisées de notre mieux, dans la nouvelle série de recherches que nous avons l'honneur de présenter aujourd'hui à l'Académie.

» La difficulté était de trouver un local suffisamment grand : nous avons pu l'obtenir grâce à l'obligeance de l'Administration de la ville de Genève, qui a mis à notre disposition un espace, libre encore, dans la grande halle où sont installées les turbines des *forces motrices de Genève*.

» Nous avons fait monter contre un des murs du bâtiment une grande paroi métallique, de 8^{m} de haut sur 16^{m} de large, formée de feuilles de zinc de 2^{m} sur 1^{m} clouées les unes aux autres à recouvrement sur un châssis en bois. Pour permettre l'observation des étincelles secondaires le long de la normale au centre de ce miroir, c'est-à-dire à 4^{m} de hauteur, nous avons fait établir en avant de celui-ci un pont de 10^{m} de long et $1^{m},50$ de large, supporté sur trois chevalets et surmonté d'une construction légère en lattes recouvertes de papier noir, formant un couloir complètement obscur. Dans cette chambre noire est placé le banc d'optique en bois, précédemment décrit, dont la longueur a été portée à 9^{m} et le long duquel se déplacent les résonateurs, ayant leur centre constamment sur la normale au milieu du miroir. Le conducteur primaire est disposé, à 15^{m} de distance du miroir, sur un support élevé et en face du centre du miroir. Il est formé, comme précédemment, par deux tiges en laiton de 7^{mm} d'épaisseur, reliant deux sphères de 30^{cm} de diamètre.

» Le nouveau dispositif que nous avons précédemment adopté pour cet oscillateur, et qui consiste à produire l'étincelle primaire dans l'huile au lieu de l'air [2], a notablement facilité cette expérience en augmentant beaucoup, comme nous l'avons dit, l'intensité de l'étincelle secondaire, soit comme éclat, soit comme longueur, et en permettant par ce fait des

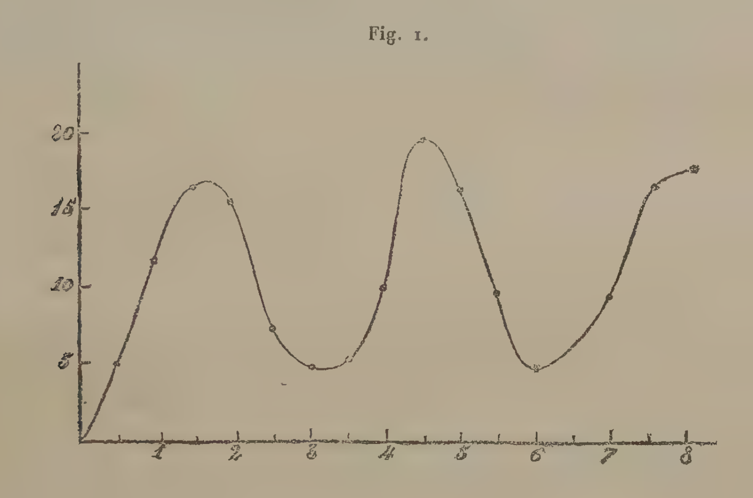
---

(1) *Lumière électrique*, t. XLI, p. 252.

(2) *Comptes rendus*, séance du 19 septembre 1892.

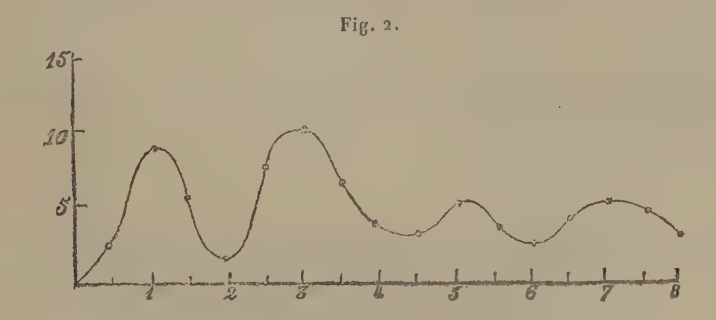
mesures micrométriques de la distance explosive. Les résonateurs avec lesquels nous avons successivement opéré étant munis chacun d'une vis micrométrique, dont le pas est de $\frac{1}{4}$ de millimètre et qui porte un cercle en bois divisé en 25 parties, nous pouvons lire directement le $\frac{1}{100}$ de millimètre. Nous mesurons de la sorte, à intervalles égaux, à partir du miroir, la grandeur qu'il faut donner à l'interrupteur du micromètre pour que l'étincelle cesse complètement de se produire. Prenant ensuite comme abscisses les distances au miroir, comme ordonnées les lectures correspondantes de la vis, nous traçons des courbes comme celles que nous reproduisons ici et qui ont été obtenues, celle de la *fig.* 1 avec le cercle

Fig. 1.



de $0^m,75$, celle de la *fig.* 2 avec le cercle de $0^m,50$; les abscisses sont données en mètres; les ordonnées, en centièmes de millimètre.

Fig. 2.



» Ces deux cercles, qui ne nous avaient présenté que des résultats insuffisants avec les miroirs de 3^m et de 5^m, et sur lesquels, à cause de cela,

nous avons surtout fait porter nos nouvelles recherches, nous ont donné, avec le grand miroir de $0^{m},16$, des résultats tout à fait comparables aux résultats obtenus avec des cercles plus petits dans nos expériences antérieures. Nous avons déduit la longueur d'onde correspondant à chaque résonateur, soit de l'observation des ventres et des nœuds dans les deux positions principales du cercle parallèle au miroir (dans le plan de l'onde) ou horizontal (dans le plan de vibration), soit du tracé de la courbe des intensités croissante et décroissante des étincelles secondaires.

» La question d'égalité de vitesse dans l'air et dans les fils nous paraît définitivement tranchée par l'emploi du miroir à grandes dimensions. Le cercle de $0^{m},50$ nous a, en effet, donné trois ventres et trois nœuds très nets; le cercle de $0^{m},75$, trois ventres et deux nœuds également nets; les moyennes de nombreuses mesures donnent très approximativement, pour ces deux cercles :

	1er ventre.	1er nœud.	2e ventre.	2e nœud.	3e ventre.	3e nœud.
Cercle de 50^{cm}......	1^{m}	2^{m}	3^{m}	4^{m}	5^{m}	6^{m}
Cercle de 75......	1,50	3	4,50	6	7,50	»

ce qui représente des internœuds identiques à ceux que nous avions obtenus pour les mêmes cercles le long des fils. Ainsi se trouvent pleinement confirmées, pour les grandes longueurs d'onde aussi, les conclusions auxquelles nous étions arrivés dans nos premières recherches :

» *Le résonateur circulaire a une longueur d'onde constante, quelles que soient les dimensions de l'oscillateur; l'intensité de l'oscillation seule varie.*

» *Le quart de la longueur d'onde d'un résonateur circulaire est très approximativement égal au double de son diamètre.*

» *Dans le cas de la réflexion normale, le premier nœud est exactement au miroir.*

» Enfin, comme résultat principal :

» *La vitesse de propagation de l'ondulation électrique est la même dans l'air et le long de fils conducteurs.* »

ÉLECTRICITÉ. — *Sur les réseaux de conducteurs électriques. Propriété réciproque de deux branches.* Note de M. VASCHY, présentée par M. Cornu.

« *Étant donné un réseau de conducteurs électriques, si une force électromotrice* E, *placée dans une branche* A *de ce réseau, produit dans une autre*

branche B *un courant d'intensité* i, *réciproquement, la même force électromotrice* E, *placée dans la branche* B, *produit dans la branche* A *un courant de même intensité* i.

» Ce théorème, dont on a fait une application bien connue au pont de Wheatstone, est démontré dans divers Ouvrages (*voir* Maxwell, § 281), mais seulement pour le cas particulier où le courant reste constant dans chaque branche du réseau (régime permanent). Il s'étend au cas où le régime du courant est variable, ainsi que je l'ai démontré dans mon *Traite d'Électricité et de Magnétisme*, § 202. Mais on peut énoncer un théorème plus général encore, qui s'applique à un nombre quelconque de réseaux n'ayant entre eux aucune communication métallique et s'influençant réciproquement par induction électromagnétique.

» *Considérons un ou plusieurs réseaux de conducteurs, pouvant même contenir des condensateurs intercalés sur diverses branches. Si une force électromotrice* $E = f(t)$ *placée dans une branche* A *produit un courant d'intensité* $i = \varphi(t)$ *dans une branche* B (*appartenant soit au même réseau que* A, *soit à l'un des autres réseaux*), *réciproquement, la même force électromotrice* E, *placée en* B *et variant suivant la même loi* $f(t)$, *produira dans la branche* A *un courant* i *variant suivant la même loi* $\varphi(t)$.

» Voici la démonstration de ce théorème limitée au cas où les réseaux ne contiennent point de condensateurs :

» Dans le cas d'un réseau unique et du régime permanent, pour calculer la distribution du courant dans les diverses branches, il suffit d'appliquer un théorème connu de Kirchhoff ($\Sigma E = \Sigma R i$) à n circuits fermés convenablement choisis dans le réseau (par exemple, si le réseau est un pont de Wheatstone, on a trois circuits fermés à considérer : $n = 3$). On peut du reste regarder la distribution du courant dans les diverses branches, comme résultant de la superposition de n courants d'intensités i_1, $i_2, \ldots, i_n$, parcourant respectivement ces n circuits 1, 2, ..., n. L'application du théorème de Kirchhoff au circuit fermé, numéroté h, donne l'équation

$$R_{h1} i_1 + R_{h2} i_2 + \ldots + R_{hh} i_h + \ldots + R_{hn} i_n = E_h,$$

E_h désignant la somme des forces électromotrices existantes dans ce circuit h, R_{hh} la résistance totale des branches de ce circuit, et R_{hk} la résistance de la branche commune (s'il y a lieu) aux circuits h et k.

» Lorsque le régime du courant est variable, la même équation est encore exacte, à la condition de comprendre dans le terme E_h les forces

électromotrices d'induction, telles que $-\mathrm{M}_{hk}\dfrac{di_k}{dt}$ (force électromotrice induite dans les branches du circuit h par la variation du courant i_k) et $-\mathrm{M}_{hh}\dfrac{di_h}{dt}$ (due à l'induction du courant i_h sur lui-même). En mettant ces forces électromotrices en évidence, on écrira

$$\mathrm{R}_{h1}i_1+\mathrm{M}_{h1}\frac{di_1}{dt}+\ldots+\mathrm{R}_{hh}i_h+\mathrm{M}_{hh}\frac{di_h}{dt}+\ldots=\mathrm{E}_h,$$

ou, plus simplement,

$$\rho_{h1}i_1+\rho_{h2}i_2+\ldots+\rho_{hh}i_h+\ldots+\rho_{hn}i_n=\mathrm{E}_h,$$

en employant, pour abréger, la notation symbolique

$$\rho_{hk}=\mathrm{R}_{hk}+\mathrm{M}_{hk}\frac{d}{dt}.$$

Pour calculer $i_1, i_2, \ldots, i_n$, on appliquera cette équation successivement aux n circuits fermés, ce qui donnera le système d'équations différentielles

$$(1)\qquad \begin{cases} \rho_{11}i_1+\rho_{12}i_2+\ldots+\rho_{1n}i_n=\mathrm{E}_1,\\ \rho_{21}i_1+\rho_{22}i_2+\ldots+\rho_{2n}i_n=\mathrm{E}_2,\\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots,\\ \rho_{n1}i_1+\rho_{n2}i_2+\ldots+\rho_{nn}i_n=\mathrm{E}_n,\end{cases}$$

auquel on ajoutera la condition initiale,

$$(2)\qquad i_1=i_2=\ldots=i_n=0,\qquad \text{pour } t=0,$$

» Si, au lieu d'un seul réseau, on en a plusieurs distincts, on appliquera de même le théorème de Kirchhoff à n' circuits fermés pris dans le premier réseau, à n'' circuits pris dans le second, etc.; et, si l'on pose $n=n'+n''+\ldots$, l'ensemble des n équations ainsi obtenues aura encore la forme (1). On remarquera que ρ_{hk} et ρ_{kh} sont identiques, de telle sorte que le déterminant symbolique

$$\Delta=\begin{vmatrix}\rho_{11} & \rho_{12} & \cdots & \rho_{1n}\\ \rho_{21} & \rho_{22} & \cdots & \rho_{2n}\\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots\\ \rho_{n1} & \rho_{n2} & \cdots & \rho_{nn}\end{vmatrix}$$

est symétrique, et que ses mineurs Δ_{hk} et Δ_{kh}, obtenus : l'un en supprimant

la ligne de rang h et la colonne de rang k, l'autre en supprimant la ligne de rang k et la colonne de rang h, sont identiques.

» Ceci étant, on peut supposer que l'on a choisi les n circuits fermés de telle sorte que la branche A appartienne seulement au circuit 1 et la branche B seulement au circuit 2. Alors, si le réseau ne contient que la force électromotrice $E = f(t)$, située dans la branche A, on devra poser

$$E_1 = E = f(t) \qquad E_2 = E_3 = \ldots = E_n = 0,$$

et il est facile de vérifier que l'intégrale des équations (1), en tenant compte des conditions initiales (2), est donnée par les formules :

$$(3) \qquad i_1 = \Delta_{11} u, \qquad i_2 = \Delta_{12} u, \qquad \ldots, \qquad i_n = \Delta_{1n} u,$$

u désignant une fonction définie par l'équation différentielle d'ordre n

$$\Delta u = E$$

et par les conditions initiales

$$u = \frac{du}{dt} = \ldots = \frac{d^{n-1} u}{dt^{n-1}} = 0 \text{ pour } t = 0.$$

» De même, si le réseau ne contient que la force électromotrice $E = f(t)$ placée dans la branche B, on devra poser

$$E_2 = E, \qquad E_1 = E_3 = \ldots = E_n = 0$$

et l'intégrale des équations (1) sera donnée par les formules

$$(4) \qquad i_1 = \Delta_{21} u, \qquad i_2 = \Delta_{22} u, \qquad \ldots, \qquad i_n = \Delta_{2n} u,$$

u désignant la même fonction que précédemment.

» L'une des formules (3) donne, pour l'intensité i_2 du courant dans la branche B (sous l'action de la force électromotrice E placée dans la branche A), l'expression $\Delta_{12} u$, tandis que l'une des formules (4) donne, pour l'intensité i_1 du courant dans la branche A (sous l'action de la force électromotrice E placée dans la branche B) l'expression $\Delta_{21} u$. Or ces deux expressions sont identiques et représentent une même fonction $\varphi(t)$, à cause de l'identité des facteurs Δ_{12} et Δ_{21}. Le théorème se trouve par là même démontré. »

ÉLECTRICITÉ. — *Sur l'affaiblissement des oscillations électro-magnétiques avec leur propagation et leur amortissement.* Note de M. A. **Perot**, présentée par M. Poincaré.

« Dans les expériences qui font l'objet de cette Note, j'ai essayé de vérifier la théorie émise par M. Poincaré (¹) sur la variation de l'affaiblissement des oscillations hertziennes suivant le diamètre du fil qui sert à les conduire. Ce savant a montré que l'affaiblissement doit varier en sens inverse du diamètre du fil, et cela sans faire intervenir le fil lui-même, par la seule considération de l'énergie.

» Il y a peut-être une cause d'affaiblissement autre que la perte d'énergie par l'extérieur de la déformation : c'est celle due à ce fait que la déformation pénètre à une certaine profondeur dans le fil ; l'énergie y est dissipée probablement sous forme de chaleur, et cette perte, proportionnelle au périmètre du conducteur, peut varier avec la nature de celui-ci.

» Les expériences faites peuvent se diviser en deux groupes :

» Étude de l'affaiblissement : 1° pour des fils de même nature, de diamètres différents; 2° pour des fils de natures différentes, de même diamètre.

» L'appareil servant aux mesures était constitué de la manière suivante : un oscillateur Blondlot, dont les boules sont plongées dans de l'huile de vaseline, excité par une machine de Holtz, est relié par une extrémité du secondaire à un fil de cuivre de 6^{m} de longueur qui peut être rattaché à l'un des fils à essayer. Ceux-ci, de 11^{m}, sont tendus rectilignement et sont distants l'un de l'autre de 25^{cm} environ, de manière à ne pas s'influencer. La seconde extrémité de l'un quelconque peut être mise en communication avec un fil de cuivre de 23^{m} de longueur, replié en boucle à son extrémité, qui communique à une ligne de 100^{m} environ de longueur, reliée à l'oscillateur. Deux points en regard de la boucle sont attachés aux deux bornes d'un micromètre à étincelles, de capacité très faible, et la longueur de la boucle est telle que la distance explosive soit à peu près maxima.

» I. Les fils de même nature essayés ont été trois fils de cuivre rouge, dont les diamètres sont $0^{cm},52$; $0^{cm},24$; $0^{cm},02$.

(¹) *Comptes rendus*, t. CXIV, p. 1229.

» Voici les résultats obtenus :

Diamètres.	Distances explosives.					
0,52	4,84	4,67	3,76	1,83	1,92	1,72
0,24	5,76	5,34	»	»	»	»
0,02	6,25	5,81	5,15	2,14	2,33	2,11

» La distance explosive est donc d'autant plus petite que le diamètre est plus grand.

» II. Deux fils de plomb et de cuivre de même diamètre ont été intercalés dans la ligne, pour étudier l'influence du métal.

	Diamètres.	Distance explosive moyenne.
Cuivre	0,20	9,30
Plomb	0,20	9,27

» Le plomb paraît affaiblir plus que le cuivre, résultat conforme à celui que M. Bjerknes [1] a récemment publié.

» Deux fils, l'un de fer, l'autre de cuivre, ont été essayés aussi ; ils ont donné les résultats suivants :

	Diamètres.	Distances explosives.				
Cuivre	0,24	5,76	5,43	3,06	3,69	3,37
Fer	0,24	5,20	4,93	2,43	3,35	3,17

» La différence entre les fils de cuivre et de fer est, comme M. Bjerknes l'a également trouvé, beaucoup plus grande que ne le faisait prévoir celle qui existe entre les fils de cuivre et de plomb.

» Cet effet est sans doute dû à l'hystérésis, car il est à remarquer que, dans les conditions où je me suis placé, je mesure la différence entre les ordonnées maxima positive et négative de la courbe sinusoïdale amortie, qui représente en fonction du temps la force électromotrice en un point. L'effet de l'hystérésis est sans doute de déformer cette courbe en l'aplatissant.

» Pour vérifier cette hypothèse, j'ai mis un des pôles de la machine de Holtz et une des extrémités du micromètre au sol, et refait les mesures. Dans ces conditions, la distance explosive mesure le carré de la force électromotrice maxima.

(1) Bjerknes, *Wiedemann's Annalen*, septembre 1892, et *Lumière électrique*, t. XLVI, n° 45.

» Voici les nombres trouvés :

	Distances explosives.	
Cuivre	8,32	8,31
Plomb	8,28	8,28

» L'écart entre les fils de cuivre et de plomb est le même :

Cuivre	4,83	2,20	1,94	1,89
Fer	4,73	2,19	1,92	1,89

» Pour le fer, l'écart a énormément diminué quoique existant encore. Ce résultat est dû sans doute à ce que l'hystérésis entrait ici beaucoup moins en jeu. L'écart entre les fils de même nature et de diamètres différents est d'ailleurs le même avec cette disposition qu'avec l'autre :

	Diamètre.		
Cuivre	0,52	5,70	3,72
»	0,02	7,13	4,54

» *Ainsi : d'une part, la loi de l'affaiblissement est analogue à celle qu'avait indiquée M. Poincaré. D'autre part, les métaux non magnétiques ont une influence faible mais certaine,* celle qu'avait trouvée M. Bjerknes; *le fer* (comme le montrent les recherches de ce savant) *présente des phénomènes particuliers* que j'espère pouvoir étudier en détail. »

ÉLECTRICITÉ. — *Détermination des coefficients de self-induction, au moyen des oscillations électriques.* Note de M. **P. Janet**, présentée par M. Lippmann.

« On a proposé ([1]) d'utiliser les oscillations électriques à la mesure des coefficients de self-induction en employant la formule

$$T = 2\pi\sqrt{CL}$$

et en mesurant la durée T d'une oscillation et la capacité C du condensateur employé. Cette méthode suppose essentiellement l'exactitude des principes sur lesquels on s'est appuyé pour établir l'équation en question. Or, parmi ces principes, se trouve celui-ci, que l'on admet en général sans discussion : il existe, même pendant la période variable, un rapport con-

([1]) Mascart et Joubert, t. II, p. 577.

stant (capacité) entre la charge d'un condensateur et la différence de potentiel de ses armatures. Cette loi n'a rien d'évident, et il est même probable, comme j'espère le montrer prochainement, que, au moins dans le cas des diélectriques solides, elle se trouve en contradiction directe avec l'expérience; ces diélectriques présentent des phénomènes tout à fait analogues à l'hystérésis magnétique, par suite desquels, à différence de potentiel égale, la charge est plus petite pour les différences de potentiel croissantes que pour les différences de potentiel décroissantes. On serait donc conduit à rejeter, pour l'application de la méthode, les condensateurs à diélectrique solide et à employer les condensateurs à air. Mais, outre que des objections analogues, tenant soit à l'hystérésis, soit à la viscosité diélectrique de l'air ([1]), peuvent encore être faites dans ce dernier cas, les condensateurs à air que l'on peut pratiquement employer ont toujours une capacité assez faible, ce qui diminuerait la période des oscillations et compliquerait inutilement les expériences.

» Je me propose de montrer qu'il est possible d'obtenir une bonne détermination des coefficients de self-induction au moyen d'oscillations à période relativement lente (quelques dix-millièmes de seconde) produites par un condensateur à diélectrique solide (mica), et cela sans faire aucune hypothèse, en se fondant sur la définition même du coefficient à mesurer.

» Soient AB la bobine dont on veut mesurer le coefficient de self-induction, BC une résistance sans self-induction placée en série avec elle. Supposons, pour simplifier, que AB et BC aient une résistance égale r. On produit dans ABC un courant oscillatoire quelconque, et l'on mesure, par la méthode que j'ai indiquée antérieurement ([2]), les différences de potentiel simultanées e_1 et e_2 qui existent : 1° entre A et B; 2° entre B et C. Ces différences de potentiel sont proportionnelles aux impulsions y_1 et y_2 du galvanomètre balistique employé. On a donc

$$ky_1 = e_1, \qquad ky_2 = e_2.$$

Mais on a, en appelant i l'intensité du courant au temps t,

$$e_1 = ri + \mathrm{L}\frac{di}{dt}, \qquad e_2 = ri,$$

([1]) TROWBRIDGE et SABINE, *Phil. mag.*, 5e série, t. XXX, p. 323.

([2]) *Comptes rendus*, t. CXV, p. 875.

ou

$$ky_1 = n + L\frac{di}{dt}, \qquad ky_2 = n.$$

» Retranchons membre à membre, et remplaçons $\frac{di}{dt}$ par $\frac{k}{r}\frac{dy_2}{dt}$, il vient

$$L = r\frac{y_2 - y_1}{\frac{dy_2}{dt}}.$$

C'est cette relation que nous allons utiliser pour la détermination de L.

» Construisons les courbes y_1 et y_2 en prenant pour abscisse la variable donnée directement par l'appareil, c'est-à-dire la division x correspondante du micromètre. Nous écrirons alors

$$L = r\frac{y_2 - y_1}{\frac{dy_2}{dx}\frac{dx}{dt}} = r\frac{y_2 - y_1}{a\frac{dy_2}{dx}};$$

$\frac{dx}{dt} = a$ a une valeur constante qu'il est facile de mesurer : soient d la distance de la came du disjoncteur au centre, obtenue à la machine à diviser; n le nombre de tours par seconde, on a, en observant qu'une division du micromètre équivaut à $0^{cm},002$,

$$a = \frac{dx}{dt} = 1000\pi\, dn,$$

a est donc connu. Il suffirait donc maintenant de mesurer sur les courbes les valeurs simultanées de $y_2 - y_1$ et de $\frac{dy_2}{dx}$. Cette méthode comporterait assez peu de précision; nous emploierons de préférence l'artifice suivant :

» Observons que, la fraction $\frac{y_2 - y_1}{\frac{dy_2}{dx}}$ devant rester constante, au maximum de son numérateur correspond nécessairement le maximum de son dénominateur. Il nous suffira donc de chercher d'une part le maximum de $y_2 - y_1$, de l'autre le coefficient angulaire maximum de la tangente à la courbe y_2, c'est-à-dire le coefficient angulaire de la tangente au point d'inflexion. La courbe y_2, dans les environs de ce point, se confondant sensiblement avec une ligne droite, cette mesure pourra se faire graphiquement avec une grande précision. Nous obtenons ainsi deux valeurs simultanées de $y_2 - y_1$ et de $\frac{dy_2}{dx}$, sans avoir à nous préoccuper de savoir si

ces valeurs correspondent bien à une même abscisse : nous sommes d'ailleurs dans de bonnes conditions expérimentales, ayant à mesurer deux grandeurs dans le voisinage d'un maximum. L sera alors donné par la formule

$$L = r\frac{(y_2 - y_1)_{\max}}{a\left(\frac{dy_2}{dx}\right)_{\max}}.$$

» On voit que cette formule ne contient pas la capacité du condensateur employé et ne suppose même pas que le mot *capacité* ait un sens pendant la période variable; elle résulte uniquement de la définition du coefficient de self-induction.

» Voici quelques nombres obtenus par cette méthode :

Capacité du condensateur.	L.
mf	
0,1	0,63
0,1	0,65
0,1	0,64
0,2	0,67
0,2	0,64
0,3	0,66
Moyenne	0,65

» J'ai mesuré ce même coefficient par la méthode connue de Lord Rayleigh : j'ai retrouvé, comme moyenne de plusieurs déterminations concordantes, le même nombre 0,65, ce qui justifie la méthode indiquée. »

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Méthode Doppler-Fizeau. Formule exacte. Formule approchée. Évaluation de l'erreur commise.* Note de M. **H. de la Fresnaye**, présentée par M. Cornu.

« Un corps vibrant (sonore ou lumineux) et un observateur se meuvent dans l'espace. Deux ondes émanées du corps vibrant, la première en A, la seconde en A_1, parviennent à l'observateur en B et en B_1.

» On suppose rectilignes et uniformes, entre A et A_1, le mouvement du corps vibrant, entre B et B_1 celui de l'observateur. Soient :

v et v' les composantes suivant AB des vitesses des deux mobiles comptées positivement de A vers B,

V la vitesse (positive) du son dans l'air ou de la lumière dans l'éther supposés immobiles,

t le temps écoulé entre les émissions des deux ondes,

t' le temps écoulé entre leurs perceptions,

ε l'angle des deux rayons vecteurs AB, A_1B_1,

s une désignation abrégée de $A_1B_1(1-\cos\varepsilon)$ qui devient un infiniment petit du second ordre lorsque l'angle ε devient lui-même un infiniment petit du premier ordre.

» Nous allons chercher quelles relations existent entre ces diverses quantités.

» Tout d'abord projetons perpendiculairement sur AB les points A_1 et B_1. Soient P et Q ces projections. Il est évident que $AP = vt$, $BQ = v't'$, $PQ = A_1B_1\cos\varepsilon$,

$$AQ = AP + PQ = AB + BQ = vt + A_1B_1\cos\varepsilon = AB + v't',$$

d'où

$$A_1B_1\cos\varepsilon - AB = v't' - vt.$$

» Observons d'un autre côté que la durée du parcours est pour la première onde (de A à B)

$$\frac{AB}{V},$$

pour la deuxième (de A_1 à B_1)

$$\frac{A_1B_1}{V}.$$

» D'où l'on voit sans peine que

$$t' = t + \frac{A_1B_1}{V} - \frac{AB}{V} = t + \frac{A_1B_1\cos\varepsilon - AB + s}{V}$$

ou

$$t' = t + \frac{v't' - vt + s}{V}.$$

» Résolue successivement par rapport à t, à v et à v', cette équation nous donne les formules

$$(1) \qquad \frac{t}{t'} = \frac{V-v'}{V-v} - \frac{s}{t'(V-v)},$$

$$(2) \qquad v - v' = (V-v')\left(1-\frac{t'}{t}\right) + \frac{s}{t},$$

$$(3) \qquad v - v' = (V-v)\left(\frac{t}{t'}-1\right) + \frac{s}{t'}.$$

» Dans les applications astronomiques, on se propose de déterminer $v - v'$ connaissant $\frac{t}{t'}$ et V.

» Les formules (2) et (3) résolvent exactement le problème, mais à la condition de connaître s et v ou v'.

» Ces quantités n'étant pas connues, on est forcé d'adopter pour $v - v'$ des valeurs approchées telles que

$$(4) \qquad \varpi = V\left(1 - \frac{t'}{t}\right)$$

ou

$$(5) \qquad \varpi' = V\left(\frac{t}{t'} - 1\right).$$

» Les erreurs commises sont alors

$$(6) \qquad \varpi - (v - v') = v'\left(1 - \frac{t'}{t}\right) + \frac{s}{t}$$

dans le premier cas, et

$$(7) \qquad \varpi' - (v - v') = v\left(\frac{t}{t'} - 1\right) + \frac{s}{t'}$$

dans le second.

» Vu la petitesse de ε, de $1 - \frac{t'}{t}$, de $\frac{t}{t'} - 1$, ces erreurs sont négligeables et l'on peut adopter indifféremment les valeurs ϖ, ϖ' ou leur moyenne $\frac{\varpi + \varpi'}{2} = V \times \frac{1}{2}\left(\frac{t}{t'} - \frac{t'}{t}\right)$.

» Si l'observateur et le corps vibrant se déplacent sur une même droite, la formule (1) devient

$$(8) \qquad \frac{t}{t'} = \frac{V - v'}{V - v}.$$

» Cette formule, qui suppose l'air (ou l'éther) immobile, sert de base à un travail présenté sous forme de Note à l'Académie des Sciences le 20 juin 1892 [1].

---

[1] J'avais démontré la formule (8) dans le journal *La Nature* (7 mai 1892) *et communiqué mon article à l'auteur de la Note présentée le* 20 *juin suivant à l'Académie des Sciences.*

On doit une démonstration toute différente de cette même formule à M. Poulain (de la Compagnie de Jésus), qui la publia dans le *Cosmos* en décembre 1887.

» Dans cette Note, on lit ensuite :

« Si l'on suppose maintenant l'air en mouvement avec une vitesse a » en S au moment où le son se produit, et une vitesse a' en P au moment » où il est perçu, la formule (8) devient

$$(9) \qquad \frac{t}{t'} = \frac{V + a' - v'}{V + a - v} \text{ ».}$$

» Cette formule, qui peut s'écrire $t(V + a - v) = t'(V + a' - v')$, serait démontrée si l'on prouvait :

» 1° Que $V + a - v$ représente la longueur d'onde au départ ;

» 2° Que $V + a' - v'$ représente la longueur d'onde à l'arrivée ;

» 3° Que ces deux longueurs sont égales.

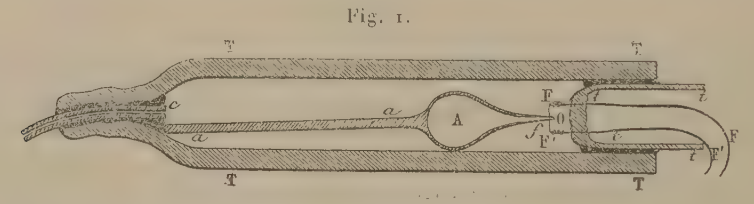
» [C'est ainsi qu'on démontre directement la formule (8).] Mais l'air étant animé de vitesses variables dans ses diverses parties [c'est le cas prévu par la formule (9)], on se rend compte aisément que la longueur de l'onde peut se modifier notablement dans son trajet du corps vibrant à l'observateur.

» La formule (9) doit donc, semble-t-il, être accueillie avec circonspection. Il en est de même des corollaires qui en sont déduits. »

MAGNÉTISME. — *Sur les propriétés magnétiques de l'oxygène à diverses températures*. Note de M. P. Curie, présentée par M. Lippmann.

« J'ai étudié les propriétés magnétiques de l'oxygène en suivant la méthode que j'ai récemment décrite [1]. Pour remplir sous pression l'ampoule de verre qui sert dans ces expériences, on place cette ampoule A (*fig.* 1) dans un tube de verre aux parois très épaisses TT. On

Fig. 1.



comprime le gaz dans ce tube. L'extrémité effilée de l'ampoule étant ouverte en O, celle-ci se remplit d'oxygène ; on ferme ensuite l'orifice en

(1) Voir *Comptes rendus*, 4 novembre 1892.

faisant rougir le fil de platine f à l'aide d'un courant électrique. On peut alors retirer l'ampoule en démastiquant le tube ttt [1].

» J'ai trouvé qu'à chaque température le coefficient d'aimantation de l'oxygène était constant, quelle que fût l'intensité du champ magnétique (pour des champs variant de 200 à 1350 unités C.G.S.).

» J'ai vérifié aussi qu'en faisant varier la pression de 5^{atm} à 20^{atm}, le coefficient d'aimantation spécifique (c'est-à-dire rapporté à l'unité de masse) ne variait pas d'une façon notable.

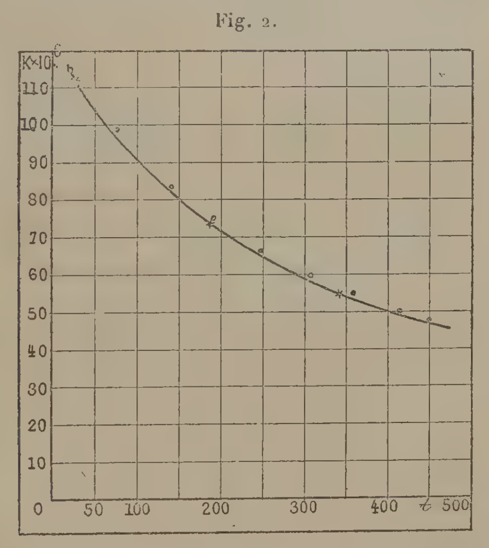
» J'ai obtenu comme rapport des coefficients d'aimantation d'une même masse d'oxygène et d'eau (— 145) à la température de 20°, soit

$$10^6 k_{20} = 115,$$

en adoptant la valeur $(-0,79 \times 10^6)$ pour le coefficient d'aimantation de l'eau [2], k étant le coefficient d'aimantation spécifique de l'oxygène.

» J'ai fait deux séries de déterminations à diverses températures. La pre-

Fig. 2.



mière, avec une ampoule en verre ordinaire, remplie d'oxygène à la pres-

(1) M. Perrot a déjà employé un artifice de ce genre. Voir *Annales de Chimie et de Physique*; 1888.

(2) La valeur que nous donnons est voisine de celles qu'avaient trouvées Becquerel et Faraday. Elle s'écarte de celle obtenue par Du Boys (*Ann. Wiedm.*, t. XXXV; 1888). La valeur de l'aimantation de l'oxygène à la pression de 1^{atm} rapportée au même volume d'eau est, d'après Becquerel — 0,182, d'après Faraday — 0,180, d'après Du Boys — 0,140, d'après mes expériences — 0,193 à la température de 20°.

sion de 5^{atm} [points (x) *fig.* 2]. La deuxième, avec une ampoule en verre dur, remplie d'oxygène à 18^{atm} [points (.) *fig.* 2].

» Cette dernière ampoule a été portée, sans accident, jusqu'à 450° (la pression devait être alors de 45^{atm}). On voit que le coefficient de variations de k, avec la température, est d'autant plus grand que la température est plus basse.

» J'ai représenté (*fig.* 2) la courbe donnée par la formule

$$10^6 k_t = \frac{33700}{273 + t} = \frac{33700}{T}$$

(t étant la température et T la température absolue).

» Elle coïncide exactement avec les déterminations de la première série d'expériences. Les nombres de la deuxième série donnent des valeurs de k plus fortes de 1 à 2 pour 100 entre 200° et 350°. Ces différences rentrent dans les erreurs possibles des déterminations ([1]).

» La loi de variation de k est donc extrêmement simple : *Entre* 20° *et* 450° *le coefficient d'aimantation spécifique de l'oxygène varie en raison inverse de la température absolue.*

» Ce résultat est important pour la théorie des phénomènes magnétiques. L'oxygène est, de tous les corps magnétiques, celui qui se présente à nous avec la constitution moléculaire la plus simple; il y a tout lieu de supposer que l'étude complète des propriétés de ce corps donnera les notions les plus claires sur la nature des phénomènes magnétiques.

» On peut calculer le coefficient d'aimantation de l'air en ne tenant compte que de l'oxygène qu'il contient. On a alors, pour le coefficient ($\varkappa$) d'aimantation en volume de l'air à la pression de 1^{atm},

$$10^6 \varkappa_t = \frac{2760}{T^2},$$

T étant la température absolue.

» On peut se servir de cette formule pour faire, à toute température, la correction nécessaire dans les déterminations magnétiques qui sont faites dans l'air (en admettant que la composition de l'air ne varie pas avec la température).

([1]) L'appareil de chauffage électrique que nous avons adopté présente de grands avantages; mais il a l'inconvénient de ne pas donner une température parfaitement uniforme. Ce défaut était la principale cause d'erreur dans nos expériences sur l'oxygène, dans lesquelles nous avons dû employer des ampoules assez volumineuses.

» Ce coefficient, relatif à 1^{cc} d'air, décroît avec une rapidité extrême quand la température s'élève. A 20°, il donne pour l'eau une correction de 4 pour 100. A 400°, la valeur du terme de correction est cinq fois plus faible pour un même volume. »

OPTIQUE. — *Sur le pouvoir rotatoire du quartz aux basses températures.* Note de MM. Ch. Soret et C.-E. Guye, présentée par M. Cornu.

« Les recherches de M. Joubert, faites pour la lumière de la soude, entre — 20° et + 1500°, ont montré que le pouvoir rotatoire du quartz varie avec la température suivant une loi assez compliquée. Si φ_0 et φ_t sont les rotations produites à 0° et à $t°$ par une même lame, le coefficient de variation moyen α, défini par la formule $\varphi_t = \varphi_0(1 + \alpha t)$, n'est pas constant, mais augmente très sensiblement avec t. M. Joubert a trouvé en effet pour ce coefficient moyen les valeurs : 0,000136 entre — 20° et 0°; 0,000149 entre 0° et + 100°; 0,000190 entre 0° et 840°.

» Nous nous sommes proposé de faire quelques déterminations à des températures plus basses, et, après divers tâtonnements, nous avons adopté la disposition suivante.

» Une cuve de laiton, placée dans une caisse de bois remplie d'ouate, contenait environ $0^{lit},5$ d'alcool, qu'il était facile de porter et de maintenir à une basse température en y mêlant peu à peu de la neige d'acide carbonique. La cuve était traversée horizontalement par un tube de laiton rempli d'alcool dans lequel on disposait le quartz et une résistance de platine servant de thermomètre. Ce tube, pourvu de glaces planes à ses deux bouts, se prolongeait en dehors de la caisse par deux tubulures de verre fermées extérieurement par une seconde paire de glaces et remplies d'air soigneusement desséché. On évitait ainsi toute condensation de givre sur les glaces; l'appareil gardait une transparence complète.

» Les rayons, émis par des étincelles d'induction jaillissant à la surface d'une solution de bromure de sodium, étaient concentrés par une lentille et, après s'être polarisés dans un prisme à pénombre de M. Cornu, tombaient sur la fente d'un collimateur, laquelle était aussi rapprochée que possible, et perpendiculaire à la ligne de jonction des deux moitiés du prisme. Ils traversaient ensuite le quartz, un analyseur de Foncault monté sur un cercle gradué, un système de prismes à vision directe, et arrivaient enfin, à la lunette d'observation pourvue en son foyer d'une fente qui permettait de compléter l'isolement des radiations du sodium.

» Le quartz dont nous nous sommes servis a, à 12°, une épaisseur de $59^{mm},375$; c'est l'échantillon désigné par le n° 4 dans les recherches de MM. J.-L. Soret et Ed. Sarasin.

» Nous avons obtenu les résultats suivants :

Résistance thermométrique.	Température.	Rotation totale.	Valeurs moyennes de α.
ohms 74,64	+22,7	1290°,6′	
62,67	−55,3	1276,53	0,0001326
74,02	+17,7	1289,11	
60,90	−71,5	1274,48	0,0001265

» On voit que, dans ces limites, le coefficient α continue à décroître à mesure que la température s'abaisse.

» La résistance de platine a été étudiée par comparaison avec un thermomètre étalon à mercure entre + 30° et 0°, et avec un thermomètre à air jusqu'à − 74°. Elle s'est montrée parfaitement comparable à elle-même, et les valeurs trouvées pour son coefficient de température sont :

0,001587	entre	+30°,32	et	+15°,30
0,002075	»	+15,30	»	+ 1,85
0,002202	»	−12,54	»	−32,51
0,002222	»	−32,51	»	−41,44
0,002290	»	−41,44	»	−60,52
0,002253	»	−60,52	»	−74,41

» Comme MM. Cailletet et Bouty, nous trouvons que ce coefficient augmente aux basses températures. Ses grandeurs absolues, pour notre fil formé de platine du commerce, sont d'ailleurs notablement inférieures à celles (0,00301 à 0,00342) que MM. Cailletet et Bouty ont obtenues pour le platine chimiquement pur. »

CHIMIE. — *Sur la fusion du carbonate de chaux.* Note de M. **A. Joannis.**

» Dans sa Note du 5 décembre, M. Le Chatelier fait, à propos de ma Communication du 28 novembre, quelques observations ; je demande la permission d'y répondre.

» Dans une expérience où du carbonate de chaux précipité chimiquement et tassé légèrement avec une baguette de verre fut chauffé à 1020° pendant une heure, M. Le Chatelier a obtenu « une baguette agglomérée » de carbonate de chaux, de dureté analogue à celle de la craie, mais qui » était complètement *cristallisée* ». En même temps, la densité s'était élevée de 0,8 à 1,8. Cette agglomération, cette contraction et cette cristallisa-

tion démontreraient, d'après M. Le Chatelier, qu'il y a eu fusion pâteuse.

» J'ai obtenu aussi, avec le carbonate de chaux pur, des craies plus ou moins agglomérées, contractées et toujours cristallisées ([1]). (Expériences 1, 2 et 3). Mais, dans ma Note, j'ai conclu de ces résultats qu'il n'y avait pas eu fusion. Ce n'est que lorsque la substance était assez dure pour pouvoir être polie et taillée en lame mince (4e expérience sur le carbonate de chaux pur, expériences sur la craie) que j'ai admis la fusion. La matière obtenue avait alors une densité égale à 2,57. La faible différence existant entre cette densité et celle du marbre (2,7 en moyenne) s'explique aisément par la présence au sein de l'échantillon de petites cavités qui se voient très bien dans l'examen microscopique des lames minces. Pour ce qui est de l'agglomération et de la contraction, il faut observer que bien des substances présentent ces phénomènes quand on les chauffe, sans pour cela qu'on admette leur fusion. Quant aux phénomènes de cristallisation, je les ai observés sur tous les échantillons de craie que j'ai obtenus, mais sans y attacher d'importance et sans les signaler, parce que le carbonate de chaux précipité pur qui me servait présentait déjà, avant tout traitement, un aspect cristallin ([2]). Examinée au microscope entre deux nicols croisés, la presque totalité des parcelles constituant le précipité rétablissait la lumière. Ce n'est que dans la quatrième expérience que je signale l'existence de ces cristaux, parce que, dans la matière obtenue, ils présentaient un aspect différent; ils semblaient réunis entre eux par un ciment blanc plus opaque.

» Enfin, M. Le Chatelier, page 1010 en note, dit que la plupart des expériences de Hall ont été faites sans l'intervention d'une pression étrangère, et que les chiffres de 300kg et 400kg par centimètre carré que j'ai cités doivent provenir d'une erreur du traducteur auquel j'ai emprunté ces données. Je n'ai pu me procurer le Mémoire original de Hall, mais les deux notes que j'ai citées ont été traduites par M. Pictet; une erreur de sa part est bien peu vraisemblable, d'autant plus que, en deux endroits différents,

---

([1]) *Comptes rendus*, t. CXV, p. 935. L'échantillon obtenu par M. Le Chatelier, après une heure de chauffe à 1020°, semble plus aggloméré que celui que j'avais obtenu à la température de fusion de l'or après un quart d'heure seulement et sans tassage.

([2]) Tel serait d'ailleurs, d'après la plupart des Traités de Chimie, l'état ordinaire du carbonate de chaux précipité. Je n'ai pu en obtenir d'amorphe ni par double décomposition, ni par l'action de l'acide carbonique sur l'eau de chaux.

Hall revient sur ces pressions qu'il exprime en unités différentes et ces valeurs s'accordent bien entre elles.

» Qu'il me soit permis de citer le passage suivant où le mot *minimum*, écrit en italiques, semble bien indiquer qu'il s'agit d'une condition indispensable à réaliser : « Après avoir ainsi établi la fusibilité du carbonate » calcaire sous une pression indéfinie, je cherchai à déterminer les limites » de cette pression et, en particulier, son *minimum*, de manière cependant » à produire l'effet désiré : dans ce but, j'ajoutai aux appareils que j'avais » déjà employés, celui dont le comte de Rumford avait fait usage pour contenir et mesurer la force expansive de la poudre à canon. J'employai » une masse considérable qui reposait sur une petite cavité et dont je modifiais à volonté la pression par un contrepoids. Je pouvais ainsi comprimer le carbonate, pour ainsi dire, à un degré quelconque. En procédant ainsi, je trouvai qu'une pression équivalente à celle de 80^{atm}, » c'est-à-dire la même qui a lieu à environ un demi-mille de profondeur » en mer, était nécessaire pour qu'un effet quelconque de la compression » se manifestât sur le carbonate de chaux ; et que, pour réussir au complet, il fallait une force quatre ou cinq fois plus grande ».

» Dans une seconde Note, à propos d'une expérience où la température était plus élevée que dans la précédente, Hall donne même jusqu'à trois évaluations de la pression qu'il veut faire connaître ; on y lit, en effet : « Enfin sous une pression de 173^{atm} égalant celle de 5700 pieds de » profondeur dans la mer, c'est-à-dire guère plus d'un mille de profondeur sous la mer, le carbonate de chaux peut se fondre complètement ».

» Il me semble donc toujours établi que tant qu'on ne dépasse pas la température de fusion de l'or, si l'on n'a recours, comme l'ont fait Hall et M. Le Chatelier, à des pressions étrangères, on n'arrive pas à *fondre* le carbonate de chaux ; on le transforme simplement en une craie plus ou moins friable. Pour obtenir la fusion, en dehors de toute pression extérieure, il faut atteindre une température qui doit être notablement plus élevée. C'est ce qui me paraît nettement indiqué par la valeur élevée qu'a présentée dans mes expériences la tension des gaz dégagés. Cette tension, en effet, a dépassé 22^{atm}. »

CHIMIE MINÉRALE. — *Composés ammoniacaux dérivés du sesquichlorure de ruthénium.* Note de M. A. JOLY, présentée par M. Troost.

« Le sesquichlorure anhydre de ruthénium peut être obtenu, comme je l'ai montré précédemment (*Comptes rendus*, t. CXIV, p. 291) :

» 1° En chauffant le métal très divisé dans un courant de chlore mélangé d'oxyde de carbone ;

» 2° En déshydratant à 360° le composé $Ru^2Cl^6 + 3H^2O$ qui résulte lui-même de la destruction d'un chlorhydrate de chlorure hydraté.

» J'ai établi ensuite que l'action ménagée de l'eau transformait le chlorure anhydre en un oxychlorure $Ru^2(OH)^2Cl^4$ dont la dissolution est bleu indigo.

» I. Le sesquichlorure anhydre absorbe le gaz ammoniac lorsqu'on le maintient pendant quelque temps, à la température ambiante, dans un courant de ce gaz desséché soigneusement. L'absorption est tout d'abord très rapide; la matière s'échauffe, augmente de volume et l'absorption ne devient complète que si l'on remédie à cette élévation de température en enveloppant de glace le tube où se fait l'opération.

» 100 parties du composé ammoniacal saturé contiennent 21,46 — 22,20 d'ammoniaque; la formation d'un composé

$$RuCl^3 - (AzH^3)^7 - RuCl^3$$

exigerait 22,24.

» Sans rechercher, pour le moment, s'il n'existerait pas d'autres composés intermédiaires dont la formation est rendue probable par les temps d'arrêt très nets que l'on constate dans la marche de l'absorption ou par les limites de saturation observées quand on fait varier la température de l'expérience, tels que

			Trouvé.
$Ru^2Cl^6(AzH^3)^3$	contenant 10,92 pour 100 d'ammoniaque	.....	10,22
$Ru^2Cl^6(AzH^3)^5$	» 16,97 »	.....	16,90

je m'occuperai plus particulièrement ici de l'action exercée par l'eau sur le chlorure le plus riche en ammoniaque $Ru^2Cl^6(AzH^3)^7$ et de l'action exercée par l'ammoniaque dissoute sur le sesquichlorure anhydre.

» II. L'action ménagée de l'eau sur le chlorure ammoniacal donne immédiatement une liqueur d'un rouge violacé très intense; mais la dissolution est incomplète; elle ne devient complète que si l'eau est saturée d'ammo-

niaque. De même, si l'on projette peu à peu le chlorure anhydre (le chlorure anhydre très divisé obtenu par l'attaque du métal en poudre fine par le mélange de chlore et d'oxyde de carbone convient plus particulièrement) dans une solution ammoniacale saturée à basse température, et si l'on maintient quelque temps le tout en digestion à 40°, on obtient une liqueur rouge très foncée qui laisse déposer par le refroidissement, si la concentration est convenable, de petites lamelles cristallines brunes avec reflets mordorés, jaunes par transparence.

» Il était naturel d'admettre que l'action de l'eau sur le chlorure ammoniacal ou la réaction de l'ammoniaque dissoute sur le sesquichlorure anhydre donneraient une réaction analogue à celle que l'eau exerce sur le sesquichlorure. Les petits cristaux bruns ont en effet la composition d'un oxychlorure ammoniacal $Ru^2(OH)^2Cl^4(AzH^3)^7 + 3H^2O$.

» La dissolution de ce sel est rouge par transparence, avec des reflets violets par réflexion; son pouvoir tinctorial est comparable à celui des plus riches matières colorantes d'origine organique; la soie est teinte en rouge brun par immersion simple. Une solution au $\frac{1}{10000}$ est d'un rouge intense et ne laisse plus passer que les rayons rouges et orangés; une solution au $\frac{1}{5000000}$ est encore nettement rose.

» La matière sèche est inaltérable à la lumière; mais la dissolution, surtout lorsqu'elle est exposée aux rayons solaires, se décolore lentement et laisse un dépôt brun de sesquioxyde. La destruction est rapide lorsqu'on la porte à l'ébullition; elle donne intermédiairement des produits violet rouge, violet noir, puis noirs, dont l'étude est fort difficile et qui résultent soit d'une perte en ammoniaque, soit de la substitution progressive des éléments de l'eau au chlore.

» La matière colorante est insoluble dans l'alcool qui la précipite de ses dissolutions; on a profité de cette propriété pour la purifier.

» III. L'acide chlorhydrique concentré donne, avec les dissolutions de l'oxychlorure ammoniacal, un précipité brun d'un chlorhydrate

$$Ru^2(OH)^2Cl^4(AzH^3)^7, HCl + 3H^2O$$

dont la dissolution étendue est jaune. En augmentant la dilution, on voit peu à peu la teinte jaune virer au rouge; une goutte d'ammoniaque ou d'un alcali fixe la fait immédiatement virer au rouge violet. Ces réactions sont bien en rapport avec les constitutions que j'assigne à l'oxychlorure et au chlorhydrate d'oxychlorure. Si le virage du jaune au rouge est très

sensible, il n'en est pas de même du virage inverse, qui ne se produit qu'au contact de l'acide concentré.

» Par double décomposition avec les sels d'argent, dans un milieu acide, le chlorhydrate d'oxychlorure donne des sels bien cristallisés, dont les dissolutions jaunes virent au rouge au contact des bases.

» L'oxychlorure ammoniacal et son chlorhydrate doivent être rapprochés des composés correspondants du ruthénium nitrosé $Ru.AzO.OH.Cl^2(AzH^3)^4$ et $Ru.AzO.OH.Cl^2(AzH^3)^4, HCl$, que j'ai fait connaître il y a deux ans. A cette époque, j'avais observé que la solution ammoniacale de l'oxychlorure nitrosé, soumise à l'ébullition prolongée, se colorait en rouge et j'avais admis alors que le composé perdait de l'ammoniaque, et formait par une réaction inverse sur AzH^4Cl le chlorure nitrosé primitif qui est rouge. Cette interprétation ne peut être admise, comme je l'ai vérifié depuis, et la couleur rouge est due à la formation de l'oxychlorure non nitrosé que je décris ci-dessus. Au contact de l'air, il y a réaction de l'ammoniaque sur le groupe AzO; mais cette réaction est très lente, et comme il suffit de traces de l'oxychlorure ammoniacal non nitrosé pour colorer les liqueurs, on conçoit que cette réaction ait pu tout d'abord passer inaperçue. »

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur un iodosulfure de phosphore.* Note de M. **L. Ouvrard**, présentée par M. Troost.

« On connaissait un chlorosulfure de phosphore, de la formule PCl^3S^2, le bromosulfure correspondant, ainsi que deux autres bromosulfures PBr^2S^3 et $PBrS^4$, ces derniers obtenus par M. Michaelis (1). Les iodosulfures n'étaient pas connus.

» En étudiant les réactions de l'hydrogène sulfuré sur un certain nombre d'iodures, nous avons été amené à le faire réagir sur les iodures de phosphore, et nous avons pu ainsi préparer l'iodosulfure de phosphore P^2S^3I correspondant au biiodure.

» L'hydrogène sulfuré sec ne réagit pas à la température ordinaire sur l'iodure de phosphore; mais, en chauffant vers 110° ou 120°, on constate qu'il se dégage de l'acide iodhydrique. La réaction est assez lente, et demande à être prolongée pendant quarante ou cinquante heures, quand on opère sur quelques grammes de matière. De

(1) Michaelis, *Annalen der Chem. und Pharm.*, t. CLXIV, p. 9.

plus, il ne faut pas dépasser la température indiquée, pour éviter la décomposition de l'iodure de phosphore par la chaleur.

» Quand il ne se dégage plus d'acide iodhydrique, on laisse refroidir dans le courant d'hydrogène sulfuré, puis on traite la matière fondue par le sulfure de carbone qui la dissout aisément. On filtre, pour séparer une petite quantité de matières insolubles, et, par évaporation de la liqueur filtrée, dans un courant d'acide carbonique sec, on obtient des cristaux d'iodosulfure.

» La réaction est la suivante :

$$2PI^2 + 3HS = P^2S^3I + 3HI.$$

» Il se forme quelquefois un peu de trisulfure de phosphore cristallisé, qu'on sépare facilement par son insolubilité dans le sulfure de carbone.

» Le produit obtenu a été analysé en l'attaquant, en tube scellé, par l'acide nitrique en présence de nitrate d'argent, suivant la méthode de Carius : on recueille l'iodure d'argent formé; puis, dans la liqueur débarrassée de l'excès d'argent, on dose le soufre à l'état d'acide sulfurique par la baryte, et finalement le phosphore à l'état d'acide phosphorique par la liqueur magnésienne, après élimination de l'excès de baryte.

» Les résultats obtenus conduisent à la formule P^2S^3I.

» Cet iodosulfure se présente sous forme de prismes brillants assez volumineux, d'un jaune d'or, très biréfringents, à extinctions très obliques par rapport à l'axe d'allongement, probablement tricliniques.

» Ils sont inaltérables à l'air sec, et altérés lentement par l'air humide, avec dégagement d'acide sulfhydrique.

» Ils sont très solubles dans le sulfure de carbone, moins cependant que le sesquisulfure de phosphore; ils sont peu solubles dans la benzine, le chloroforme, encore moins solubles dans l'éther et l'alcool absolu.

» Chauffés à l'air, ils fondent vers 106°, en donnant un liquide visqueux, restant facilement en surfusion; vers 300°, ils s'enflamment en dégageant de l'iode, des fumées blanches d'anhydride phosphorique et de l'acide sulfureux.

» Chauffés à 300° dans le vide, ils se décomposent en abandonnant de l'iode et se transformant en sesquisulfure de phosphore.

» L'eau, à froid, n'a que peu d'action sur eux; à chaud, elle les décompose rapidement.

» L'acide nitrique fumant attaque avec violence l'iodosulfure de phosphore : il y a explosion et dégagement de lumière.

» On peut encore préparer cet iodosulfure par des réactions plus simples que celle indiquée au début : par exemple, en dissolvant dans le sulfure de carbone les quantités de soufre, de phosphore et d'iode correspondant à la formule, évaporant et

chauffant à 120° dans un courant de gaz inerte; le mélange fondu est ensuite repris par le sulfure de carbone.

» On n'a pas à craindre ici la réaction violente qui a lieu quand on chauffe ensemble au-dessus de 100°, du soufre et du phosphore, parce qu'une partie de la chaleur de combinaison du phosphore a été employée à donner de l'iodure de phosphore, dès la température ordinaire; le soufre réagit ensuite sur cet iodure, au delà de 100°, sans un dégagement de chaleur trop considérable.

» Enfin, on obtient immédiatement le produit précédent en faisant réagir l'iode sur le sesquisulfure de phosphore, dissous dans le sulfure de carbone. En opérant à équivalents égaux, on voit la solution d'iode perdre de sa couleur et, par simple évaporation, on obtient des cristaux d'iodosulfure.

» L'action de l'acide sulfhydrique sur le triiodure de phosphore nous a donné des produits complexes, suivant la température à laquelle on opère. Nous y reviendrons prochainement. »

CHIMIE MINÉRALE. — *Action du bismuth sur l'acide chlorhydrique.* Note de MM. A. **Ditte** et R. **Metzner**, présentée par M. Troost.

« Les divergences constatées dans les opinions des chimistes concernant l'action de l'antimoine sur l'acide chlorhydrique, se reproduisent au sujet du bismuth; or, la réaction :

$$Bi + 3HCl = BiCl^3 + 3H + [90,6 - 3.22.0] \qquad [+ 24,6],$$

diffère peu de celle qui concerne l'antimoine, et qui dégage + 25,4, de sorte que les deux métaux doivent, à bien peu près, se comporter de la même manière, et c'est ce qui a lieu en effet; le bismuth n'est pas attaqué à froid par le gaz acide chlorhydrique et il ne l'est pas davantage à chaud quand on élève la température jusqu'au point où le verre commence à s'altérer. En présence de l'eau, avec une dissolution, soit concentrée, soit étendue, d'acide chlorhydrique, on n'observe jamais de dégagement d'hydrogène et les expériences que nous avons indiquées à propos de l'antimoine donnent le même résultat négatif quand on les répète avec du bismuth. Ici encore, il ne s'agit pas d'une réaction arrêtée par l'obstacle qu'apporte au contact entre le métal et le liquide la présence d'une couche gazeuse adhérente au bismuth; l'opération faite dans le vide, ou à la température d'ébullition, l'intervention de chlorures métalliques, capables d'être décomposés par le bismuth avec dépôt de métal pulvérulent, ne permettent pas de constater le moindre dégagement d'hydrogène.

» Il arrive cependant qu'on trouve du bismuth en dissolution dans la liqueur, et le fait tient, comme au cas de l'antimoine, à l'intervention de l'oxygène de l'air dont une certaine quantité existe toujours dans les liqueurs, si l'on n'a pas pris, pour l'en chasser, des précautions toutes spéciales. En effet, la réaction

$$2Bi+3O+6HCl=2BiCl^3+3H^2O+[2.90,6+3.58,2-6.22]\quad[+224,2],$$

qui dégage $+37^{Cal},3$ par molécule d'acide chlorhydrique, est tout à fait comparable à celle que donne l'antimoine placé dans les mêmes conditions et qui dégage $+37,6$; elle se réalise très facilement à froid avec une solution concentrée d'acide chlorhydrique; elle rend très bien compte de ce fait, qu'en présence d'une liqueur contenant des traces d'oxygène le bismuth puisse se dissoudre en proportion plus ou moins considérable, sans que l'on observe pour cela la mise en liberté d'aucune trace d'hydrogène.

» La chaleur d'oxydation du bismuth, $+137^{cal},8$, suffit d'ailleurs à rendre compte de l'oxydation de ce métal au contact de l'atmosphère, et l'on sait, en effet, que l'irisation que ses cristaux présentent si souvent est due à la formation d'une mince couche d'oxyde à leur surface; abandonné dans de l'eau aérée, mais bien dépouillée d'acide carbonique, il se recouvre à la longue de petits cristaux d'oxyde de bismuth hydraté; mais, contrairement à ce qui se produit avec l'antimoine, ces derniers ne se dissolvent pas dans l'eau, et la liqueur ne se colore pas quand on la soumet à l'action d'un courant d'hydrogène sulfuré. Il en est tout autrement avec l'antimoine, et même il est à remarquer que le sulfure se présente alors sous un aspect particulier; un courant d'acide sulfhydrique, dirigé dans une solution froide d'oxyde antimonieux pur, la colore en jaune orangé plus ou moins foncé, mais ne donne lieu à aucun dépôt; le sulfure ainsi produit dans une liqueur étendue et exempte de toute substance étrangère est entièrement soluble dans l'eau et la dissolution orangée peut être conservée des semaines entières sans se troubler; il n'en est plus de même dès qu'on lui ajoute une goutte d'acide chlorhydrique, elle perd sa limpidité au bout de quelques instants et, après une douzaine d'heures, le sulfure précipité est rassemblé au fond du vase, pendant que la liqueur qui le surnage est devenue tout à fait incolore.

» On voit, en définitive, que le bismuth, comme l'antimoine, n'éprouve aucune action de la part de l'acide chlorhydrique, à la condition d'opérer à l'abri de toute trace d'oxygène; que la présence de celui-ci modifie la

réaction et entraîne la dissolution d'une quantité de métal correspondant à celle de ce gaz, et que la facilité plus ou moins grande avec laquelle le bismuth, l'antimoine et l'arsenic se dissolvent dans ces conditions est en relation immédiate avec la chaleur d'oxydation de ces trois corps. »

CHIMIE MINÉRALE. — *Action de la potasse et de la soude sur l'oxyde d'antimoine*. Note de M. **H. Cormimbœuf** (¹), présentée par M. Troost.

Action d'une liqueur concentrée de potasse sur l'oxyde d'antimoine.

« Une solution concentrée de potasse peut, par son action sur l'oxyde d'antimoine, donner naissance à deux composés cristallisés, qui, renfermant l'acide et la base dans le même rapport pondéral 3 à 1, diffèrent par leur forme cristalline et par leur état d'hydratation.

» *Triantimonite de potasse anhydre.* — Une solution de 2 parties de potasse en plaques dans 2 parties d'eau, tenant en suspension 1 partie d'oxyde d'antimoine précipité, donne naissance, après quelques instants d'ébullition, à des cristaux ayant la forme de prismes orthorhombiques, doués d'une vive action sur la lumière polarisée. Séparés de l'eau mère encore bouillante et égouttés sur de la porcelaine dégourdie, ces cristaux ont présenté à l'analyse une composition qui correspond à la formule $KO, 3SbO^3$.

» Ce composé est facilement décomposable par l'eau froide; exposé à l'air, il se convertit rapidement en carbonate de potasse et oxyde d'antimoine.

» *Triantimonite de potasse hydraté.* — Si, dans une lessive de potasse de même concentration que la première, maintenue en ébullition, on ajoute de l'oxyde d'antimoine par petites portions, jusqu'à ce que celui-ci refuse de s'y dissoudre, la liqueur retirée du feu abandonne, en se refroidissant, une cristallisation abondante.

» Les cristaux ont la forme de lames rectangulaires. Ils agissent sur la lumière polarisée en s'éteignant dans une direction longitudinale.

» Égouttés sur de la porcelaine dégourdie, ils ont donné à l'analyse une composition qui correspond à la formule $KO, 3SbO^3, 3HO$.

» L'eau froide, versée en petite quantité sur les triantimonites de potasse anhydre ou hydraté, les décompose d'abord avec production d'oxyde d'antimoine prismatique. Mais lorsque l'eau s'est chargée, aux dépens du sel, de 5 pour 100 de son poids d'alcali, la décomposition de l'antimonite donne naissance à des cristaux octaédriques du système régulier. L'eau

(¹) Travail du laboratoire de Minéralogie de la Sorbonne.

ayant enlevé enfin 20,9 pour 100 de son poids de KO, toute décomposition cesse.

» L'oxyde octaédrique ou prismatique provenant de la décomposition des antimonites retient obstinément 0,6 à 0,2 pour 100 de potasse, qu'on ne peut lui enlever par des lavages prolongés, précédés même d'une porphyrisation.

ACTION DE LA SOUDE SUR L'OXYDE D'ANTIMOINE.

Action d'une dissolution étendue de soude sur l'oxyde d'antimoine.

» *Monoantimonite de soude.* — M. Terreil a obtenu ce composé sous forme de cristaux octaédriques, dérivant du prisme à base carrée, en faisant bouillir de l'oxyde d'antimoine avec une dissolution de soude étendue. Nous l'avons préparé plus facilement par la méthode suivante : Une solution de 1 partie de soude en plaques dans 2 parties d'eau est saturée à l'ébullition par de l'oxyde d'antimoine ; la liqueur saturée est versée dans une grande quantité d'eau bouillante et filtrée. Par refroidissement, le monoantimonite se dépose dans la liqueur alcaline sous forme de tables quadratiques très fortement adhérentes au vase. Redissous dans l'eau pure, il y cristallise en octaèdres à base carrée doués d'une vive action sur la lumière polarisée, sans que ce changement de forme dominante soit accompagné d'aucun changement dans la composition ($NaO, SbO^3, 6HO$).

» Les autres propriétés du monoantimonite ont été suffisamment décrites par M. Terreil.

» *Action d'une dissolution concentrée de soude sur l'oxyde d'antimoine. Sesquiantimonite de soude hydraté.* — Si dans une dissolution de 1 partie de soude dans 2 parties d'eau, maintenue en ébullition, on fait dissoudre par petites portions et jusqu'à refus de l'oxyde d'antimoine, la liqueur abandonne en se refroidissant une cristallisation abondante.

» Les cristaux ont la forme d'aiguilles clinorhombiques. Égouttés sur la porcelaine dégourdie, ils présentent une composition répondant à la formule $2NaO, 3SbO^3, HO$.

» *Biantimonite de soude.* — Une lessive de soude de même concentration que la précédente, maintenue à l'ébullition et additionnée d'un excès d'oxyde d'antimoine, laisse déposer des tables rhombes qui, séparées de leur eau mère encore chaude, ont pour formule $NaO, 2SbO^3$.

» *Triantimonite de soude.* — Si l'on répète l'expérience précédente en opérant non plus à la température d'ébullition, mais à 100°, la liqueur dépose à cette température des tables rectangulaires qui ont pour formule $NaO, 3SbO^3$.

» Les antimonites de soude, précédemment décrits, sont rapidement altérés par l'air humide qui sépare de l'oxyde antimonieux amorphe et du carbonate de soude. L'eau pure les décompose à froid et à chaud en mettant en liberté de l'acide antimonieux prismatique qui retient obstinément 0,55 à 0,64 pour 100 d'alcali.

» Les sesquiantimonite, biantimonite et triantimonite ne subissent aucune altération au contact de solutions sodiques renfermant respectivement $94^{gr},3$, $188^{gr},6$ et $113^{gr},2$ d'alcali par litre.

» La soude agissant par voie humide sur l'oxyde d'antimoine amorphe peut donc donner naissance aux sesqui, bi et triantimonite, tandis que la potasse donne seulement un triantimonite anhydre ou hydraté. D'autre part, la décomposition par l'eau des sels sodiques fournit exclusivement l'oxyde métallique cristallisé sous la forme de la valentinite, tandis que la décomposition du sel potassique fournit, suivant la teneur en alcali, l'oxyde cristallisé sous la forme de la valentinite ou de la senarmontite. »

THERMOCHIMIE. — *Relation entre les chaleurs de formation et les températures du point de réaction.* Note de M. **Maurice Prud'homme**, présentée par M. Schützenberger.

« D'après le *principe du travail maximum,* énoncé par M. Berthelot, les corps qui se produisent avec le plus grand dégagement de chaleur tendent à se former de préférence. On en déduit que, si des énergies extérieures agissent pour retarder la combinaison d'un corps avec d'autres corps de même fonction (acide et bases, par exemple), leur action sera d'autant moins marquée que la quantité de chaleur dégagée par la combinaison doit être plus grande.

» M. Berthelot a montré, à diverses reprises, d'une manière générale, que, dans des réactions similaires, la température initiale des réactions est d'autant plus basse, toutes choses égales d'ailleurs, que la chaleur dégagée est plus considérable. D'autre part, M. Raoul Pictet (*Comptes rendus,* p. 814; 14 novembre 1892) a établi que toute réaction chimique cesse aux très basses températures, entre — 155° et — 125°, mais reprend à des températures plus élevées, et commence à un degré déterminé, caractéristique du *point de réaction.*

» En comptant les températures à partir du zéro absolu, l'acide sulfurique se combine à la potasse, à la soude et à l'ammoniaque, respectivement à 183°, 193° et 213°. Il agit sur le potassium et le sodium à 205° et 223°. Les réactions de l'acide azotique sur les alcalis commencent à quelques degrés plus bas qu'avec l'acide sulfurique.

» Or, les chaleurs dégagées dans la formation des sels solides, en partant de l'acide hydraté et de la base hydratée solide, sont :

	Cal		Cal
$\frac{1}{2}$ SO^4K^2.....	40,7	AzO^3K......	42,6
$\frac{1}{2}$ SO^4Na^2....	34,7	AzO^3Na.....	36,1
		AzO^3AzH^4...	34,0 (base gazeuse)

» La quantité de chaleur dégagée dans la formation des azotates est supérieure à celle que dégage la formation des sulfates. L'acide azotique doit donc se combiner et se combine, en effet, à la potasse et à la soude, à des températures inférieures à celles de l'acide sulfurique.

» L'ammoniaque, la soude et la potasse commencent à se combiner aux acides à des températures de plus en plus basses.

» Il semble exister une relation entre la température absolue du point de réaction et la chaleur de formation depuis les éléments.

» Pour une même série de corps, le produit de la chaleur de formation Q, par la température absolue du point de réaction T, est sensiblement constant.

» Les chaleurs de formation des sulfates solides depuis les éléments sont :

$$S + O^4 + K^2 = 342^{cal},2 \qquad S + O^4 + Na^2 = 326^{cal},4$$

$$S + O^4 + Az^2 + H^8 = 282^{cal},2.$$

Produits $Q \times T$,

$$342,2 \times 183 = 626, \qquad 326,4 \times 193 = 629, \qquad 282,2 \times 213 = 601.$$

» Pour les nitrates, avec les mêmes températures que pour les sulfates, on a

$$118,7 \times 183 = 216, \qquad 110,6 \times 193 = 213.$$

» D'autre part, on sait que, pour une même série de sels, la chaleur spécifique moléculaire $M \times C$ est sensiblement constante. On pourra donc écrire

$$Q \times T = K \times M \times C$$

ou

$$\frac{Q}{M} = K \frac{C}{T}.$$

» *Pour une même série de corps, la chaleur de formation de l'unité de masse est proportionnelle à la chaleur spécifique et en raison inverse de la température absolue du point de réaction.* »

CHIMIE. — *Sur l'étude des réactions chimiques dans une masse liquide, par l'indice de réfraction*. Note de M. C. Féry, présentée par M. Schützenberger.

« I. Un changement chimique dans une masse liquide produit généralement une modification de toutes les propriétés physiques du milieu. Je me suis demandé si l'indice de réfraction serait affecté dans ces conditions, et si la variation de cette propriété physique ne pourrait pas servir à déceler de nouvelles combinaisons, ou à étudier plus complètement des réactions connues. Je me suis servi, pour cette étude, de l'appareil que j'ai décrit précédemment [1].

» II. La méthode opératoire à laquelle je me suis arrêté est la suivante : Soit à étudier l'action d'un liquide A sur un autre B ; on prépare une série de mélanges renfermant sous l'unité de poids des quantités variables des solutions réagissantes. On prend l'indice de chacun des mélanges et l'on peut représenter la marche de la réaction, en portant en abscisses la teneur des liquides et en ordonnées les indices correspondants.

» Si l'on avait affaire à deux corps se mélangeant sans combinaison, l'indice, dans chaque cas, serait donné par une simple moyenne, et l'on obtiendrait une droite

$$Y = \left(\frac{n - n'}{P}\right) x + n',$$

où n et n' sont les indices des liquides A et B, et P la teneur de B.

» Si, au contraire, une ou plusieurs combinaisons se produisent, la règle des mélanges ne peut s'appliquer, et la marche de la réaction est représentée généralement par une série de lignes droites, chacun des points anguleux obtenus répondant à un état chimique *défini* du liquide.

» Je ne donnerai ici que peu de résultats numériques, m'étant plutôt attaché à démontrer la généralité des effets obtenus sur des réactions bien connues, qu'à étudier par cette méthode de nouvelles combinaisons.

» III. *Réaction des acides sur les bases*. — J'ai étudié d'abord, comme me paraissant l'une des plus simples, l'action de l'acide sur la base, pour former le sel,

$$RH + M'OH = RM' + H^2O,$$

---

(1) *Sur un nouveau réfractomètre* (*Comptes rendus*, décembre 1891).

où R est l'ensemble d'un radical d'acide monobasique et de l'oxygène, et M' un métal monoatomique.

» Voici les chiffres se rapportant à la saturation de la soude par l'acide azotique; il m'a paru intéressant de les rapprocher comme terme de comparaison des chiffres que donnerait un simple mélange.

Numéros du mélange.	AzO^3H pour 100.	NaOH pour 100.	$(n-1)$ observé.	$(n-1)$ d'après la loi des mélanges.	Différences.
0	0,00	17,73	0,3780	0,3780	0,0000
1	2,20	16,22	0,3732	0,3764	0,0032
2	4,35	14,76	0,3695	0,3749	0,0054
3	6,43	13,06	0,3646	0,3732	0,0086
4	8,48	11,40	0,3600	0,3714	0,0114
5	10,48	9,67	0,3550	0,3697	0,0147
6	12,44	7,87	0,3505	0,3679	0,0174
7	14,35	6,02	0,3525	0,3660	0,0135
8	16,22	4,09	0,3550	0,3640	0,0090
9	18,05	2,08	0,3570	0,3620	0,0046
10	19,85	0,00	0,3599	0,3699	0,0000

» La figure ci-contre est une représentation de cette expérience. La différence maxima observée sur le graphique (0,0178) correspond à un mélange renfermant 8 pour 100 de NaOH et 12,31 pour 100 de AzO^3H; le rapport entre les deux corps pour donner le sel serait, d'après cette expérience, $\frac{12,31}{8,00} = 1,54$. Rapport théorique, 1,57.

» La concordance est donc très satisfaisante, et le léger écart entre ces deux nombres provient plutôt du titrage des solutions que des mesures optiques, étant donnée la concordance presque absolue des points expérimentaux avec les droites AS et SB du graphique.

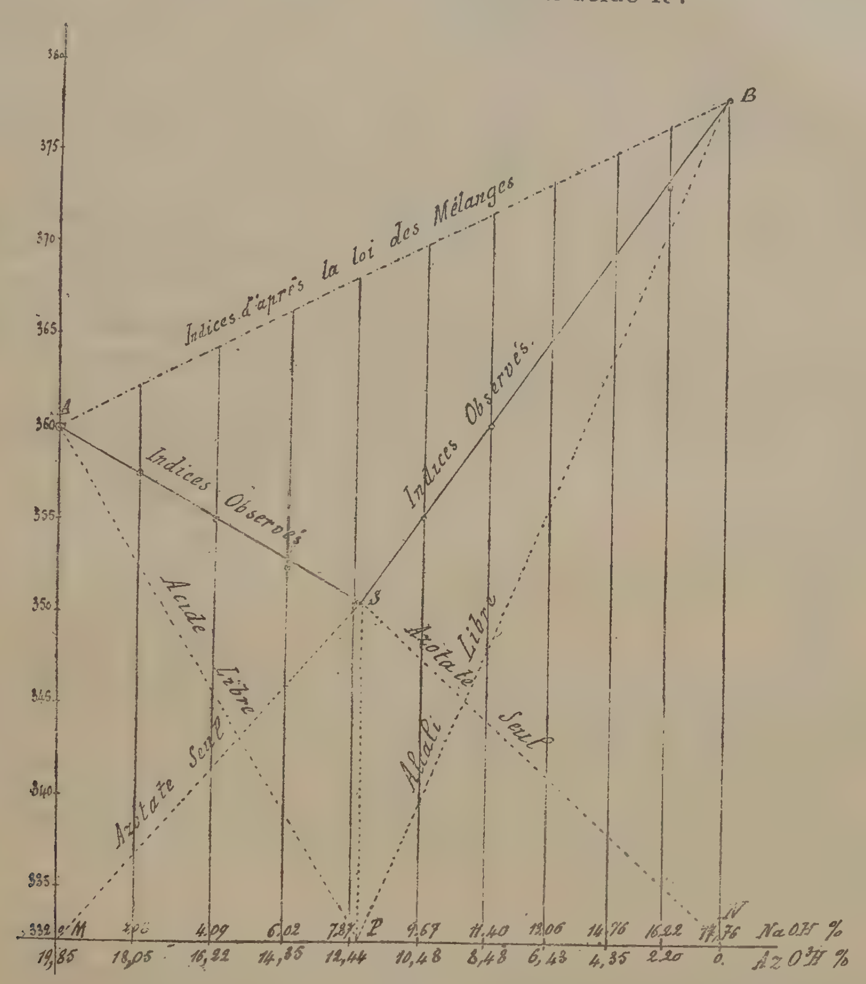
» L'erreur possible, dans ces déterminations, est inférieure à 0,0005. Les droites MS, SN, AP et PB représenteraient, en négligeant quelques phénomènes secondaires dont je parlerai plus loin, les diverses valeurs de l'indice, si l'azotate formé, l'acide et la base en excès existaient *seuls* dans le liquide.

» *Acides polybasiques.* — L'expérience, conduite ainsi qu'il a été dit précédemment, a donné lieu à de nouvelles brisures entre les points S et A du graphique, l'acide en excès se combinant au sel déjà formé pour donner des sels de la forme $RM'H$, $RM'H^2$, etc.

» L'*acide sulfurique* présente alors deux points anguleux répondant aux deux sels SO^4M^2 et SO^4MH.

L'*acide phosphorique normal* m'a donné trois brisures aux points où la composition du liquide est dans les proportions moléculaires de PO^4M^3, PO^4M^2H, PO^4MH^2.

» IV. *Décomposition des sels.* — Un sel RM peut être modifié de deux manières : soit qu'on remplace le métal M par un autre M′, soit qu'on substitue au radical acide R un autre radical acide R′.



» Le premier exemple m'a été fourni par la réaction de l'hydrate de potassium sur le chlorure d'ammonium.

$$AzH^4Cl + KOH = KCl\,AzH^4OH.$$

» Pour réaliser le second, j'ai décomposé l'acétate de sodium par l'acide chlorhydrique

$$C^2H^3O^2Na + HCl = C^2H^3O^2H + NaCl.$$

» Ici encore des points anguleux se produisent lorsque le mélange est

dans les proportions qui fournissent la réaction sans excès des corps réagissants. Enfin, dans le cas de non réaction, aucun point singulier ne se produit, et l'on obtient une droite unique.

» V. *Remarque.* — On observe quelquefois, entre les points de réaction prévus, des brisures légères, dont, à première vue, il est difficile d'expliquer la provenance; c'est que, en réalité, le dissolvant des corps actifs ne reste pas toujours étranger à la réaction; il peut se combiner soit avec les composants, soit avec les corps formés eux-mêmes.

» Il est donc indispensable de connaître la courbe d'hydratation des corps que l'on étudie. Ce fait de l'hydratation dans le cas des sels a déjà été signalé [1]; il est absolument général; les acides minéraux et organiques, les alcalis et un grand nombre de composés organiques, tels que la glycérine, peuvent donner des brisures dont on ne peut expliquer l'existence qu'en admettant la formation d'hydrates liquides.

» Voici les nombres se rapportant aux brisures de l'acide sulfurique :

Richesse en SO^4H^2 au point de brisure.	$(n-1)$ observé (17°).	Composition moléculaire du liquide.
56,5	0,404	$SO^4H^2, 4H^2O$
73,0	0,418	$SO^4H^2, 2H^2O$
79,5	0,436	$SO^4H^2, 1\frac{1}{2}H^2O$
84,5	0,438	$SO^4H^2, 1H^2O$

» Ce dernier mélange présente le maximum d'indice observé. J'ai ainsi retrouvé plusieurs hydrates indiqués par d'autres méthodes.

» Le procédé que je viens de décrire pourra peut-être rendre quelques services dans l'étude de réactions nouvelles ou difficiles à aborder par les moyens chimiques ordinaires, en raison de la rapidité de son emploi et de la précision des résultats. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur un propylamidophénol et ses dérivés acétylés.* Note de M. **P. Cazeneuve**, présentée par M. Friedel.

« Nous avons approfondi la fonction et la constitution du propylamidophénol, dérivé du camphre, sur lequel nous avons appelé l'attention de l'Académie, jugeant que ce corps pouvait jeter un certain jour sur la constitution du camphre elle-même.

---

[1] P. Bary, *Sur les indices de réfraction des solutions salines* (*Comptes rendus*, avril 1892).

» La présence du groupe propyle ou bien isopropyle a été démontrée par la formation de la propylbenzine en chauffant avec la poudre de zinc; celle des groupes amidés et phénoliques a été démontrée par toutes les propriétés du corps. Nous ajouterons l'étude de deux dérivés acétylés.

» *Dérivé monoacétylé.* — En versant sur ce propylamidophénol un excès d'anhydride acétique, on constate une élévation immédiate et très sensible de température. On précipite par l'eau et l'on fait cristalliser dans l'alcool à 93° qui donne des prismes incolores pouvant atteindre $0^m,02$ ou $0^m,03$ de long.

» Ces cristaux ont donné à l'analyse, après dessiccation dans le vide :

Pour matière	0,3503
Az	0,024327
Soit, pour 100	6,94
La formule $C^9H^{10}[AzH(C^2H^3O)](OH)$ exige	7,25

» Ce corps est un dérivé monoacétylé dans l'amidogène pour les raisons suivantes : Il est insoluble dans tous les acides, mais soluble dans les alcalins et se colore, en solution alcoolique, en vert pomme, par le perchlorure de fer.

» Il fond à 95°-96°. Il est insoluble dans l'eau, mais très soluble dans l'alcool, le chloroforme et l'éther.

» *Dérivé triacétylé.* — En faisant bouillir la base avec un excès d'anhydride acétique, pendant une quinzaine de minutes, même sans addition d'acétate de soude, on obtient un dérivé triacétylé.

» On précipite par l'eau, on lave et l'on fait cristalliser deux fois dans l'alcool à 93°.

» On obtient de fines aiguilles très légères, d'une grande blancheur, qui ont donné à l'analyse, après dessiccation à 110° :

Pour matière	0,2595
Az	0,013895
Soit, pour 100	5,35
La formule $C^9H^{10}[Az(C^2H^3O)^2]O(C^2H^3O)$ exige	5,02
Le dérivé diacétylé exigerait	5,93

» Le corps fond à 138°-139° en un liquide incolore qui reste en surfusion. De 200°-250°, sous la pression ordinaire, il distille en se décomposant légèrement avec production d'acide acétique.

» Il est insoluble dans l'eau, l'éther, la benzine, le sulfure de carbone, mais très soluble dans l'alcool et le chloroforme.

» Il est insoluble dans les acides et les alcalis.

» L'ébullition dans l'eau, fortement acidifiée par les acides chlorhydrique ou sulfurique, le laisse inaltéré. L'ébullition, au sein d'une lessive de soude ou de potasse, amène la dissolution avec saponification, puis altération. Le liquide jaunit, puis rougit.

» Dans une Note précédente, nous avions admis que ce propylamidophénol avait le groupe amidogène et le groupe phénolique en position *méta*. De meilleures raisons nous font admettre, aujourd'hui, la position *ortho*.

» Nous avons reconnu que le propylamidophénol est un développateur photographique énergique en solution alcaline. Or MM. Lumière, dans un fort intéressant Mémoire, ont prouvé ce fait, qui mérite toute créance, et qui paraît général, que le pouvoir développateur de l'image latente en Photographie se retrouve : 1° dans les corps aromatiques ayant au moins deux OH phénoliques ou un AzH^2 et un OH; 2° qu'il est nécessaire que ces deux groupements soient en *ortho* ou en *para*. La position *méta* ne donne que des corps indifférents. C'est ainsi que la résorcine pure ne développe pas, tandis que la pyrocatéchine et l'hydroquinone développent.

» La position *para* nous paraît invraisemblable dans notre propylamidophénol en raison de l'enchaînement des faits. La position *ortho* est, au contraire, très rationnelle.

» De nouvelles recherches nous ont démontré, d'autre part, que le corps générateur de cet amidophénol est un nitrophénol, et non une nitrocétone, comme nous l'avions admis précédemment, avec un groupement spécial

$$\begin{array}{l} CAzO^2 \quad (^1) \\ \diagdown CH^2. \\ \quad | \\ \diagup CO \end{array}$$

» Partant du camphre, nous enchaînons, comme suit, les dérivés intermédiaires jusqu'au propylamidophénol. La formule du camphre de Kekulé, modifiée par M. Haller, nous paraît la plus convenable, en raison de l'instabilité plus grande du CH^3 greffé sur un CH. On se rappelle que nos sulfoconjugués du camphre sont formés avec départ du méthyle. Les formules s'enchaînent ainsi :

---

(1) *Bulletin de la Société chimique*, 5 mai et 5 juin 1892.

CH^3 — CH — H^2C — CO — HC — CH^2 — C — C^3H^7

Camphre.

CH^3 — CH — H^2C — CO — HC — CH Cl — C — C^3H^7

Camphre chloré.

SO^2 — COH — HOC — CO — H^2C — CH^2 — CH — C^3H^7

Sulfone.

SO^3H — C — HOC — CO — H^2C — CH^2 — CH — C^3H^7

Acide sulfonique.

AzO^2 — C — HC — COH — HC — CH — C — C^3H^7

Propylnitrophénol.

AzH^2 — C — HC — COH — HC — CH — C — C^3H^7

Propylamidophénol.

$AzH(C^2H^3O)$ — C — HC — COH — HC — CH — C — C^3H^7

Propylamidophénol monoacétylé.

$Az(C^2H^3O)^2$ — C — HC — $CO(C^2H^3O)$ — HC — CH — C — C^3H^7

Propylamidophénol triacétylé.

CHIMIE INDUSTRIELLE. — *Dosage des impuretés dans les méthylènes.* Note de M. Er. Barillot, présentée par M. L. Troost.

« Il est très important de pouvoir apprécier dans les méthylènes industriels destinés soit à la méthylation de l'aniline, soit à la dénaturation des alcools d'industrie, la proportion d'impuretés autres que l'acétone que ces méthylènes contiennent. La méthode suivante nous fournit de bons résultats.

» *Principe.* — I. Lorsqu'on agite 20^{cc} de chloroforme avec un mélange formé de 10^{cc} d'alcool méthylique, 15^{cc} de bisulfite de soude de densité 1,325 et 5^{cc} d'eau, le coefficient de partage entre les deux liquides non miscibles est tel que la couche chloroformique conserve son volume intégral si l'alcool méthylique ne contient pas d'impuretés autres que l'acétone.

» II. Si l'alcool méthylique contient des impuretés (benzols, méthylol,

diallyle, etc.), la couche chloroformique augmente proportionnellement à leur quantité.

» *Application.* — 1° Dans un tube *a*, de 40^cc environ de capacité, on verse 10^cc du méthylène à examiner, puis 15^cc de la solution de bisulfite de soude, on bouche le tube et l'on agite fortement; on ajoute ensuite 5^cc d'eau, on agite de nouveau et on laisse le mélange reprendre la température ordinaire.

» 2° Un tube de verre de 20^cc de capacité, terminé inférieurement par un robinet, communique à sa partie supérieure par un tube de plus petit diamètre, divisé en centimètres cubes et dixièmes de centimètres cubes, avec un ballon de verre *b* d'environ 200^cc dont la tubulure supérieure peut être fermée par un bouchon à l'émeri.

» Dans cet appareil *b*, on verse du chloroforme de manière à remplir le tube inférieur dont la capacité est exactement de 20^cc. Le ménisque de ce liquide affleure alors très exactement au zéro de la graduation en centimètres cubes et dixièmes de centimètre cube à la température de 15°.

» Le mélange de *a* est versé dans l'appareil *b*; on agite fortement, de façon à obtenir une émulsion d'apparence laiteuse et on laisse ensuite au repos.

» Lorsque les deux couches liquides de l'appareil *b* sont bien limpides, on lit à 15° l'augmentation de volume du chloroforme. Cette augmentation, multipliée par 10, correspond à la proportion pour 100 d'impuretés autres que l'acétone contenues dans le méthylène.

» Le degré alcoométrique du méthylène examiné peut être compris entre 80° et 99°. La proportion d'acétone comprise de 1 à 30 pour 100 n'influe pas sur l'exactitude du dosage.

» Ayant isolé les impuretés qui accompagnent le méthylène, nous avons formé un grand nombre d'échantillons synthétiques avec l'alcool méthylène pur, l'acétone pure, l'impureté isolée afin de contrôler l'exactitude du procédé.

» Les résultats obtenus avec les divers types de méthylènes commerciaux synthétiques sont :

		Impureté pour 100.
A.	Alcool méthylique chimiquement pur	0
	Alcools méthyliques purs industriels employés pour la méthylation de l'aniline	1 à 2
B.	Méthylènes types régie purs à 20 pour 100 acétone	1 à 2
	Méthylènes types régie à 5 pour 100 impureté et 20 pour 100 acétone.	5
C.	Méthylènes forte odeur 10 pour 100 impureté	10
	Méthylènes à très forte odeur	15 à 20

» Avec les types B la dénaturation est illusoire, tandis qu'avec les types C la dénaturation des alcools d'industrie est réelle.

» L'examen d'un grand nombre d'échantillons de méthylènes du com-

merce nous a démontré que souvent les impuretés dénaturantes ne s'élèvent pas au-dessus de 2 à 5 pour 100 et que les méthylènes dénaturant réellement l'alcool contiennent de 10 à 20 pour 100 de ces impuretés.

» L'examen de la couche chloroformique permet de déterminer la nature de l'impureté ainsi que nous l'indiquerons prochainement. »

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Séparation des micro-organismes par la force centrifuge.* Note de M. **R. Lezé**, présentée par M. P.-P. Dehérain.

« Les micro-organismes comprennent, en majeure partie, dans leur constitution, des substances plus lourdes que l'eau : ce sont les matières albuminoïdes, cellulosiques et les matières minérales que l'on isole par l'incinération.

» Si des microbes vivants flottent dans des liquides tels que le vin, le cidre, le lait dont la densité est voisine de l'unité, c'est que probablement ils contiennent de petites quantités de gaz et que, d'autre part, la force qui les solliciterait à monter ou à descendre dans un liquide plus lourd ou plus léger que leur substance protoplasmique est certainement extrêmement faible, eu égard aux très petites dimensions des corps considérés.

» Mais on peut accentuer cette tendance à la séparation en soumettant les vases contenant les liquides fermentescibles et des organismes à un mouvement rapide de rotation. Nous disposons de la valeur de la force centrifuge et, pratiquement, nous pouvons la rendre plusieurs centaines de fois plus grande que l'intensité de la pesanteur.

» Dans les appareils de notre laboratoire dont nous nous servons, le rayon et la vitesse sont : pour le lactocrite mû à bras, 9^{cm} et 3600 tours; pour la turbine à vapeur (modèle Burmeister), 20^{cm} et 4000 tours.

» Dans le premier appareil, les récipients soumis à l'action de la force centrifuge sont de petits tubes étirés sur une certaine longueur en forme conique et fermés à la lampe à la pointe.

» Le second appareil est continu et permet de centrifuger indéfiniment des quantités croissantes du liquide considéré.

» La rotation éclaircit les liquides en fermentation et détermine la formation d'un dépôt gluant ou gélatineux, soit à la pointe des petits tubes, soit contre les parois de la turbine. En examinant au microscope ces dépôts boueux, on voit qu'ils sont composés en majeure partie d'un amas d'organismes vivants.

» Nous avons, par cette méthode, séparé les organismes d'un assez grand nombre de liquides en voie d'altération, en soumettant à la zone centrifuge des mouts en fermentation, du thé de foin, du lait ou son sérum après la séparation de la crème ou de la caséine par le caillement, du purin, des liquides sucrés chargés de moisissures, des vins en fermentation acétique, etc. Les organismes paraissent se séparer d'autant plus facilement que leurs dimensions sont plus grandes : on isole d'une manière très nette le mycelium et les spores des moisissures, ainsi que les saccharomyces, tandis que les bactéries ne se séparent qu'imparfaitement.

» Dans une des expériences, nous avons fait passer à la turbine un cidre en fermentation. Le liquide était trouble, il ressortait d'une limpidité parfaite; des échantillons recueillis dans des flacons ouverts ou stérilisés, et conservés à l'étuve à 30°, étaient tous devenus troubles le lendemain, ils fourmillaient de bactéries; on ne trouvait plus de levûres, la fermentation alcoolique avait disparu.

» Afin d'opérer une séparation plus facile, en diminuant la densité, on peut, soit chauffer le liquide à centrifuger, soit l'additionner d'autres liquides plus légers que l'eau, d'ammoniaque, d'alcool; l'alcool donne parfois de bons résultats.

» Cette séparation des bactéries peut trouver son application dans les recherches bactériologiques; en pratique industrielle, on parviendra peut-être, au moyen de la force centrifuge, à débarrasser les eaux contaminées ou insalubres d'une majeure partie des organismes contenus, en n'admettant toutefois que de l'air débarrassé de germes dans la turbine en mouvement.

» Dans ce but, nous avons enfermé notre turbine sous un couvercle jointif et ne laissant pénétrer au centre de l'orifice que de l'air stérilisé par la filtration sur une épaisse couche de coton. »

ÉCONOMIE RURALE. — *Les pertes d'azote dans les fumiers.* Note de MM. **A. Muntz** et **A.-Ch. Girard**, présentée par M. Dehérain.

« Les agronomes sont depuis longtemps préoccupés des pertes considérables d'azote qui se produisent dans les fumiers, ainsi que des moyens de les empêcher. Divers expérimentateurs [1] ont montré que le fumier mis en tas s'appauvrit en azote, surtout s'il est abandonné aux intempé-

[1] Particulièrement Kühn, Wœlcher, Holdefleiss.

ries, comme dans toutes les exploitations agricoles et si l'on néglige de lui donner certains soins, tels que l'arrosage.

» Mais, à côté de ces pertes, dont l'importance a été mesurée, il y en a d'autres à l'étable, sous les pieds des animaux, avant l'enlèvement du fumier. Ces dernières, sur lesquelles on ne possède que des données incertaines, ont particulièrement attiré notre attention.

» De longues séries d'expériences, faites sur des écuries, des vacheries, des bergeries, dans lesquelles nous nous sommes astreints à nous placer dans les conditions habituelles de la pratique, nous ont permis de déterminer les quantités d'azote perdues pour l'agriculture par le seul fait des dégagements d'ammoniaque qui se produisent à l'étable. Nous avons déterminé l'azote introduit dans les fourrages et les litières, ainsi que celui qu'on retrouvait dans les produits animaux, lait, laine, viande, etc., et dans le fumier ([1]) au moment de son enlèvement. La différence entre l'azote donné et l'azote retrouvé constitue la perte à l'étable.

» Voici les résultats obtenus en plaçant les animaux sur une litière de paille, donnée en quantité normale :

	Écurie de 16 chevaux.
	kg
Azote contenu dans les fourrages consommés	43,795
» contenu dans la litière	8,642
» fixé dans les produits animaux	0,000
» retrouvé dans le fumier	39,860
» perdu	12,577
» perdu pour 100 d'azote consommé	28,7

	Vacherie de 10 bêtes.
	kg
Azote contenu dans les fourrages consommés	90,116
» contenu dans la litière	6,532
» fixé dans les produits animaux	17,742
» retrouvé dans le fumier	50,108
» perdu	28,798
» perdu pour 100 d'azote consommé	31,9

	Bergerie de 25 moutons.
	kg
Azote contenu dans les fourrages consommés	14,548
» contenu dans la litière	0,115
» fixé dans les produits animaux	0,900
» retrouvé dans le fumier	6,464
» perdu	7,299
» perdu pour 100 d'azote consommé	50,2

([1]) Purin compris.

» Quant aux pertes qui se produisent dans le fumier mis en tas et abandonné à lui-même, elles nous ont donné les chiffres suivants :

Fumier de chevaux.	A la mise en tas.	Après quatre mois.
	kg	kg
Poids total	6327	2578
Azote total	39,860	30,678
» perdu	»	9,182
» perdu, pour 100 de l'azote initial	»	23,1
» » » consommé en fourrages	»	20,9

Fumier de vaches.	A la mise en tas.	Après trois mois.
	kg	kg
Poids total	5329	2778
Azote total	43,165	32,800
» perdu	»	10,365
» perdu, pour 100 de l'azote initial	»	23,9
» » » consommé en fourrages	»	10,8

Fumier de moutons.	A la mise en tas.	Après six mois.
	kg	kg
Poids total	7160	4210
Azote total	43,176	38,732
» perdu	»	4,944
» perdu, pour 100 de l'azote initial	»	11,3
» » » consommé en fourrages	»	5,0

» On voit que les pertes d'azote à l'étable ont été très importantes, et bien supérieures à celles du tas de fumier qui, dans nos essais, ont varié de 5 à 21 pour 100 de l'azote consommé. La perte dans le tas a été d'autant plus faible que celle dans l'étable avait été plus forte.

» D'après nos expériences, les pertes à l'étable sont attribuables à la fermentation ammoniacale des urines qui, sur un sol envahi par les ferments, dégagent, en un temps très court, jusqu'à 90 pour 100 de leur azote, à l'état de carbonate d'ammoniaque, tandis que les déjections solides conservent le leur sous forme organique.

» Nous avons étudié spécialement dans les bergeries, les causes qui font varier les déperditions de l'azote, les animaux étant toujours placés sur une litière de paille de céréales.

» *Influence de la saison.* — Il y avait lieu de rechercher si une température plus élevée activait le dégagement de l'ammoniaque.

» Période d'été (juin, juillet) : Azote perdu : 52,7 pour 100 de l'azote consommé.

» Période d'hiver (janvier, février, mars) : Azote perdu : 44,7 pour 100 de l'azote consommé.

» La perte est plus grande en été qu'en hiver; la différence est cependant moins accentuée qu'on aurait pu le penser.

» *Influence de l'alimentation.* — Une différence pouvait exister suivant que les animaux étaient au vert ou au foin.

» Alimentation au foin de luzerne : Azote perdu : 55,3 pour 100 de l'azote consommé.

» Alimentation à la luzerne verte : Azote perdu : 50 pour 100 de l'azote consommé.

» L'alimentation au vert occasionne des pertes moindres, probablement parce qu'elle donne des fumiers plus humides (68,3 pour 100 d'eau) que l'alimentation au foin (57,9 d'eau dans le fumier); dans le premier cas, la tension de l'ammoniaque est plus faible.

» *Influence de la quantité de litière.* — On pouvait espérer qu'en augmentant la quantité de litière, on retiendrait mieux l'ammoniaque :

I. Été...	Pas de litière :	Azote perdu.	59,00	p. 100	de l'azote consommé.
	Avec litière ordinaire :	»	50,20	»	»
II. Hiver.	Litière peu abondante :	»	44,20	»	»
	Litière plus abondante	»	40,80	»	»

» L'augmentation de la litière atténue les pertes d'azote, mais dans une proportion peu importante.

» Les observations que nous venons de résumer montrent que c'est surtout à l'étable que se produisent les pertes d'azote; ce qui s'explique par la fermentation ammoniacale extrêmement rapide des urines et par la surface considérable sous laquelle la litière imprégnée de liquides ammoniacaux se présente au contact de l'air. Elles montrent aussi que ce n'est pas dans l'abondance de la litière qu'il faut chercher le remède à ces déperditions si préjudiciables.

» Nous nous proposons d'examiner ultérieurement les procédés qu'on peut mettre en œuvre, sans sortir des conditions de l'exploitation agricole, pour atténuer ces pertes d'azote qui obligent l'agriculteur à recourir à l'emploi du nitrate de soude et du sulfate d'ammoniaque, dont l'achat lui impose un lourd sacrifice. »

CHIMIE AGRICOLE. — *Sur les fermentations du fumier.* Note de M. Alex. Hébert, présentée par M. P.-P. Dehérain.

« La préparation du fumier a donné lieu à des travaux aussi nombreux qu'intéressants dus aux plus éminents agronomes; c'est cependant une des questions les plus discutées de la Chimie agricole. Sur les conseils de notre savant maître M. Dehérain, nous avons repris cette étude dans le but d'éclairer les points suivants : Quels sont les éléments de la paille qui dis-

paraissent pendant la fermentation forménique? Quelles sont les transformations subies par les matières azotées et à quel état se font les pertes d'azote que l'on constate toujours pendant la formation du fumier?

» Toutes nos expériences ont été exécutées en partant d'un certain poids de paille de composition connue. Cette composition a été déterminée par la méthode analytique que nous avons eu l'honneur de soumettre à l'Académie ([1]). La paille réduite en poudre a été mise dans des ballons et additionnée de dissolutions de carbonates de potasse et d'ammoniaque à 5 pour 100, concentration qui, après divers essais, a paru être la plus favorable à la fermentation forménique. L'ensemencement a été effectué au moyen de quelques centimètres cubes de purin; les ballons ont été placés dans une étuve chauffée constamment à 55° environ, température recommandée par M. Schlœsing pour entretenir l'activité des fermentations du fumier.

» Les expériences ont duré trois mois pendant lesquels elles ont dégagé des gaz composés de formène et d'acide carbonique. La paille a perdu presque la moitié de son poids, cette perte portant surtout sur la cellulose, la gomme de paille et sur la vasculose dont une partie s'est dissoute dans le liquide alcalin en formant la matière noire du purin. Dans un précédent Mémoire sur le fumier ([2]), M. Dehérain a montré que cette matière noire, très riche en carbone, soluble dans les alcalis, précipitable de cette solution par les acides, était analogue à la vasculose du bois isolée par M. Fremy.

» Nous donnons, à l'appui des conclusions que nous venons d'énoncer, le Tableau ci-dessous indiquant les chiffres relatifs à une de nos expériences (les autres donnant des résultats du même ordre) ([3]).

	Matières introduites.			Matières obtenues.			
	Paille.	Liquide.	Total.	Paille.	Liquide.	Total.	Différences.
	gr	gr	gr	gr	gr	gr	gr
Azote ammoniacal	»	2,64	2,64	»	0,40	0,40	−2,24
» organique	0,39	»	0,39	0,24	0,96	1,20	+0,81
» total	»	»	3,03	»	»	1,60	−1,43
Matières solubles dans l'éther	0,46	»	0,46	0,30	»	0,30	−0,16
Sucres, Tannins, Acides, etc.	1,53	»	1,53	0,26	»	0,26	−1,27
Cellulose	14,12	»	14,12	6,18	»	6,18	−7,94
Vasculose	14,01	»	14,01	9,07	2,68	11,75	−2,26
Gomme de paille	10,00	»	10,00	4,67	»	4,67	−5,33
Cendres	3,57	2,75	6,32	2,40	4,00	6,40	+0,08

([1]) *Comptes rendus*, t. CX, p. 969.

([2]) *Comptes rendus*, t. CVI, p. 987.

([3]) Voir pour plus de détails, *Annales agronomiques*, t. XVIII, p. 536.

» Quant aux transformations d'azote, nous avons obtenu dans tous les cas une diminution de l'azote ammoniacal et une augmentation de l'azote organique ainsi que l'avait déjà constaté M. Dehérain. Les quantités d'azote total accusent une perte assez importante. Cette déperdition a-t-elle lieu à l'état d'ammoniaque? En pratique, nous ne le croyons pas, car nous avons effectué sur le fumier en place des prises de gaz nombreuses, à diverses époques et à diverses hauteurs d'un tas de fumier bien tenu ; nous n'avons jamais pu y déceler de traces sensibles d'ammoniaque. Mais nous avons constaté que la dessiccation trop prolongée d'un fumier mal soigné pouvait avoir l'inconvénient d'arrêter ou de retarder la fermentation forménique, comme le montrent les deux analyses ci-dessous, exécutées, l'une le 9 juillet dernier sur un échantillon de gaz du fumier pris pendant une période de sécheresse, l'autre le 3 août après une série d'orages accompagnés de pluies.

	9 juillet.	3 août.
Ammoniaque...........	0,00 %	0,00 %
Acide carbonique.......	33,93	35,07
Oxygène...............	0,00	0,00
Formène...............	2,18	30,75
Azote.................	63,89	34,18

» L'arrosage régulier du fumier a pour effet non seulement d'éviter les pertes d'ammoniaque, mais aussi d'entretenir convenablement la fermentation forménique.

» Nos expériences montrent donc que, comme l'enseigne M. Dehérain, les déperditions en azote d'un fumier maintenu en bon état d'humidité ne peuvent avoir lieu à l'état d'ammoniaque; les divers procédés imaginés pour empêcher ces pertes ammoniacales (addition de sulfate de fer, de plâtre, d'acide sulfurique) ne sont donc pas d'une grande efficacité, puisque l'azote qui disparaît pendant la préparation du fumier se dégage à l'état libre [1]. »

ÉCONOMIE RURALE. — *Du desséchement des marais en Russie.* Note de M. **Venukoff**, présentée par M. P.-P. Dehérain.

« Plusieurs cartes de Russie, publiées à l'étranger, représentent encore de vastes marais dans le pays arrosé par la Pripète, affluent du Dniepr.

---

[1] Travail exécuté au laboratoire de la Station agronomique de Grignon.

Cependant ces marais ont presque entièrement disparu. Depuis 1873, le gouvernement russe en a entrepris le desséchement : le total des marais desséchés, au moyen de la canalisation des eaux, est de 1 000 000ha, dont 320 000ha sont transformés en prairies, 106 000ha en champs et jardins, 600 000ha environ en forêts.

» On a dépensé pour ces travaux immenses, de 1873 à 1891, plus de 3 000 000 de roubles (plus exactement, 3 300 000 = 9 000 000fr). Les terres desséchées ont augmenté de prix dans une proportion presque incroyable, notamment de 1 rouble à 60 roubles l'hectare, quelquefois davantage. La fertilité de ces terres nouvelles, surtout des anciens dépôts de tourbe, recouverts de sable, est devenue merveilleuse. Les plus pauvres paysans du Polessié se sont enrichis en quelques années; on pense maintenant à faire occuper ces terres desséchées par des émigrés venant de la grande Russie, où il y a un excédent de population. »

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Sur les conditions chimiques de l'action des diastases.* Note de M. J. **Effront**, présentée par M. Duclaux.

« Les conditions chimiques de l'action de la diastase du malt sont encore très peu étudiées. On connaît une foule de substances chimiques qui contrarient l'action de la diastase, mais jusqu'à présent on ignore les substances qui la favorisent. Dans cette dernière catégorie sont classés les acides minéraux à faible dose et le chlorure de sodium en proportions plus considérables. Seulement l'action de ces agents n'est pas toujours sûre et reste presque insignifiante : de plus l'effet qu'ils produisent peut être attribué plutôt à leur pouvoir antiseptique qu'à une action directe.

» Nous avons entrepris une série de recherches sur l'action de diverses substances chimiques, et nos expériences nous ont démontré qu'il existe trois catégories de corps qui favorisent l'action de l'amylase, du glycase et du ferment soluble de l'*Aspergillus oryzæ;* par un mélange convenable des substances des trois groupes, on peut augmenter dans le rapport de 1 à 10 le pouvoir saccharifiant de ces ferments solubles.

» Les corps qui possèdent la propriété de favoriser l'action de la diastase sont : les sels d'aluminium, les sels d'acide phosphorique, l'asparagine, ainsi que certaines albumines.

» L'action de ces différentes substances sur la diastase a été déterminée de deux manières différentes.

» 1° La diastase a été mise en contact direct avec différentes doses de réactif, *avant d'agir sur l'amidon*.

» 2° La diastase, non traitée préalablement, a été ajoutée à de l'empois d'amidon qu'on additionnait de ces diverses substances.

» Par ces deux méthodes, nous avons obtenu les mêmes chiffres pour l'asparagine, le phosphate d'ammonium et l'acétate d'aluminium. Les résultats obtenus avec le phosphate de calcium et l'alun différaient suivant les deux méthodes et étaient en défaveur.

» Voici quelques résultats d'analyse :

	Maltose pour 100 d'amidon.
1^{cmc} d'infusion de malt introduit dans 200^{cmc} d'empois d'amidon a donné	8,63
Avec 0,7 de phosphate d'ammonium $PO^4H^2AzH^4$	51,63
» 0,5 de phosphate de calcium	46,12
» 0,25 d'alun ammoniacal	56,30
» 0,25 d'alun potassique	54,32
» 0,25 d'acétate d'aluminium	62,40
» 0,02 d'asparagine	37
» 0,05 d'asparagine	61,2

» L'infusion employée dans ces expériences était préparée avec du malt sec en proportion de 1:40. L'empois d'amidon a été obtenu en faisant macérer 2^{kg} d'amidon à 3^{atm}; on a saccharifié l'empois à la température de 75° à l'aide de 30^{gr} de malt. Le liquide refroidi a été amené à la densité de 1015. Au reste les mêmes expériences ont été faites avec la diastase pure préparée par la méthode de Linder, ainsi qu'avec l'amidon soluble obtenu par le traitement à l'acide chlorhydrique.

» Ces expériences et d'autres analogues nous ont prouvé que l'action des agents chimiques sur la diastase se manifeste à n'importe quelle température de saccharification.

» Nous avons pu constater en outre que l'action favorable des agents chimiques indiqués ci-dessus s'arrête régulièrement juste au moment où l'hydratation est devenue très avancée. Ainsi quand on a employé une quantité de diastase telle qu'elle produit plus de 60 pour 100 de sucre, l'action des agents chimiques disparaît complètement. Ce phénomène est dû évidemment à la nature des différentes dextrines formées pendant la transformation de l'amidon en sucre.

» Il est très curieux de constater que les mêmes substances qui favorisent le développement de ferments figurés favorisent également l'action des ferments solubles. Quoique la nature de ces deux classes de ferments

soit tout à fait différente, nous croyons toutefois qu'il se peut que le mécanisme de l'action de ces substances soit le même dans les deux cas; les sels minéraux et peut-être aussi en partie certaines matières azotées entreraient en jeu comme intermédiaires; ils formeraient des combinaisons avec les hydrocarbures et les albumines, combinaisons qui, sous l'influence des différents agents chimiques (diastases) ou physiologiques (ferments proprement dits) subiront une hydratation, un dédoublement ou une oxydation. La découverte de Friedel et Kraft concernant le rôle de certains sels minéraux dans les synthèses organiques pourrait bien éclairer le rôle de ces sels dans la physiologie des cellules. L'utilité de ces sels minéraux consisterait dans leur action favorable sur la diastase, action qui s'expliquerait par les combinaisons intermédiaires qu'ils forment avec les matières organiques. »

PHYSIOLOGIE PATHOLOGIQUE. — *De la tricophytie chez l'homme.* Note de M. **R. Sabouraud**, présentée par M. Duclaux.

« J'ai l'honneur de présenter à l'Académie les résultats de mes études sur la tricophytie humaine, études que je poursuis depuis le mois de mai dernier, dans le service de M. le Dr E. Besnier, à l'hôpital Saint-Louis.

» Mes premières recherches, qui s'appuient en ce moment sur l'examen de plus de cent malades, ont porté sur l'examen microscopique des cheveux de teigneux. Elles m'ont prouvé :

» 1° Que la dimension des spores tricophytiques était identique en tous les points malades d'une même tête, mais différait souvent d'un cas à l'autre;

» 2° Que certains cas présentaient une petite spore (3μ), et d'autres, une grosse spore (7 ou 8μ);

» 3° Que la petite spore n'était pas reliée à un mycélium visible, et que ses agglomérations, disposées sans ordre, remplissaient le cheveu [1] et même débordaient son enveloppe pour lui former une sorte de gaine externe;

» 4° Que les grosses spores avaient, au contraire, un mycélium visible, et étaient ordonnées en files distinctes dans autant de rameaux mycéliens;

---

[1] L'examen microscopique du cheveu se fait après ébullition dans une solution potassique à 40 pour 100.

enfin que ces rameaux étaient tous inclus dans le cheveu, sans lui constituer de gaine enveloppante. Le cheveu ainsi atteint ressemble extrêmement au cheveu de la *teigne faveuse;*

» 5° Que, dans les cas de contagion d'école ou de famille, la spore gardait sur chaque individu contaminé ses mêmes dimensions; petites si la contagion provenait d'une tricophytie à petites spores, grosses dans le cas contraire;

» 6° Que dix-neuf fois sur vingt cas de teigne *cliniquement rebelle,* ces tricophyties étaient causées par le tricophyton à petites spores, engainant le cheveu et sans mycélium visible.

» La statistique des teignes tondantes montre une proportionnalité de 60 pour 100 de teignes à petites spores et 40 pour 100 de teignes à grosses spores.

» Les recherches bactériologiques poursuivies simultanément ont confirmé ces différences microscopiques, à ce point que l'on peut affirmer d'avance, par l'examen extemporané des cheveux, quelle culture ils donneront.

» α. Le tricophyton à grosses spores fournit sur la gélose au moût de bière une culture d'abord duveteuse et blanche, qui devient farineuse et jaune après quinze ou dix-huit jours; sur la pomme de terre une culture aride d'emblée et d'un jaune brun. Sur tous milieux, la culture *adulte* garde son aspect aride, poudreux, et sa couleur d'un jaune brun assez pâle.

» β. Le tricophyton à petites spores prend un peu plus tard que le précédent ses caractères de duvet, *mais il les garde toujours sur tous milieux,* et ce duvet reste d'un blanc pur. Sur la pomme de terre, l'apparition du duvet est précédée pendant une douzaine de jours par la formation d'une tache rouge brun, ressemblant à du sang desséché.

» Jamais, dans la série de ces cent malades, aucun cas n'a présenté de cultures d'aspect intermédiaire. Jamais une culture de l'un des types n'a pu être ramenée au type opposé.

» Tous les cas de tricophytie de la barbe, au nombre de six (6), et tous les cas de tricophytie cutanée des régions glabres, au nombre de 23, se sont montrés sans exception dus au tricophyton *à grosses spores.*

» De ces faits peuvent découler une foule de déductions cliniques, en dehors même de la plus frappante, la coexistence des teignes rebelles avec le parasite à petites spores. Dans la tricophytie humaine, il n'y a qu'un type, la teigne à grosses spores, qui puisse s'accompagner d'auto-inocula-

tions ou de contagions de tricophytie circinée, ou produire, par contagion à l'homme, la tricophytie de la barbe. Le seul fait de ces contaminations permet ainsi de porter à distance le diagnostic de tricophytie à grosses spores. La tricophytie à petites spores ne paraît contagieuse que pour les cheveux, et par conséquent pour les enfants, seuls sujets à la teigne tondante.

» Et comme parmi les teignes tondantes, la majorité des cas est causée par le parasite à petites spores, on peut dire que, dans la majorité des cas, la tricophytie des cheveux de l'enfant n'est aucunement contagieuse pour l'adulte.

» Ces deux formes parasitaires, à grosses spores et à petites spores, essentiellement distinctes l'une de l'autre, indiquent donc que l'entité morbide considérée jusqu'ici comme univoque sous le nom de *tricophytie* n'est qu'un syndrôme que peuvent causer plusieurs parasites différents. De plus, ces deux formes semblent être non pas deux espèces, mais deux groupes d'espèces, car par la culture sur le moût de bière en dilution au $\frac{1}{5}$ et au $\frac{1}{10}$ on rend évidentes, entre les cas, des dissemblances persistantes et héréditaires qui ne sont pas manifestes dans les cultures sur d'autres milieux. Le nombre de ces espèces paraît considérable sans qu'on puisse encore le chiffrer.

» Les tricophyties des régions glabres en particulier présentent une diversité de parasites très tranchée, bien que leurs cultures se rattachent toutes au type du tricophyton à grosses spores ou *megalosporon*. Plusieurs de ces variétés sont d'origine animale : ainsi j'ai pu retrouver sur l'homme le tricophyton du cheval, du veau, du chien et du coq, peut-être celui du chat. La tricophytie du cheval avait produit sur l'homme, le plus souvent, la lésion connue sous le nom de *folliculite agminée tricophytique*.

» Il est difficile de décider encore, dans le grand nombre de ces formes parasitaires, celles qui sont absolument fixées dans leurs caractères et qui méritent le nom d'espèces; et celles, au contraire, qui pourront être réversibles à un type originel et ne sont que des variétés.

» Tous ces types, sauf peut-être le tricophyton *microsporon* des cheveux de l'homme, dont la nature botanique n'est pas hors de doute, sont des *mucédinées,* dont la forme de fructification (hyphe sporifère et spore externe) est presque identique à celle des Botrytis.

» Les tricophytons doivent donc être rattachés à cette famille dont plusieurs types parasitaires sont déjà connus, tels que le *Botrytis tenella,* et le *Botrytis bassiana*.

» En ce qui concerne le tricophyton à petites spores, les inoculations à l'homme, sur la peau glabre, ne provoquent qu'un érythème léger suivi d'exfoliation épidermique par larges squames. L'évolution se termine par la guérison spontanée.

» En ce qui concerne le tricophyton à grosses spores, les inoculations provoquent pour toutes les espèces qui ont été isolées, mais avec d'assez nombreuses inoculations négatives, la tricophytie circinée commune, sans que les espèces puissent se distinguer entre elles au seul aspect de la lésion, et sans que la variété du parasite, extraite des folliculites tricophytiques, ait reproduit cette forme de tricophytie dans les inoculations expérimentales. »

PHYSIOLOGIE. — *De l'évolution des fonctions de l'estomac*. Note de M. **J. Winter** (1), présentée par M. Arm. Gautier.

« Pour faciliter l'intelligence du sujet qui fait l'objet de cette Note, je rappelle brièvement les résultats, déjà connus, auxquels nous avons été conduits, M. Hayem et moi, dans l'étude du chimisme gastrique.

» 1° A l'état de jeûne, l'estomac ne renferme ni HCl libre, ni cellules spéciales où cet acide se trouverait constamment préformé;

» 2° L'HCl que l'on rencontre dans les liquides de digestion, qu'il soit libre ou combiné aux matières organiques, est un produit réactionnel, né sur place au moment de l'excitation alimentaire ou de toute autre excitation artificielle. Il résulte de l'action des éléments glandulaires en dissolution digestive sur certains chlorures métalliques déversés là par le sang. La forme HCl libre apparaît toujours ultérieurement à la forme HCl combinée organique.

» 3° J'ajoute que, de recherches plus récentes, sur lesquelles j'aurai à revenir plus tard, il se dégage que la dissolution *artificielle* des cellules de certaines portions de la muqueuse gastrique fraîche, donne naissance à un liquide *acide* ne renfermant pas trace d'HCl libre. Mais cette acidité se trouve être dans un rapport remarquable avec la quantité de phosphore total du liquide.

» Tous ces faits se confirment les uns les autres et prêtent à la question du chimisme gastrique physiologique une physionomie et un intérêt absolument nouveaux.

---

(1) Travail du laboratoire de M. le professeur Hayem.

» 4° Dans l'étude d'une digestion quelconque il est indispensable d'examiner le liquide gastrique à divers moments de cette digestion, ou pour le moins d'établir les lois générales de son évolution dans des conditions bien déterminées.

» L'expérience montre, en effet, que tous les éléments que l'on y peut doser varient constamment. Mais nous ignorons complètement la nature de ces variations liées au fonctionnement de l'organisme vivant. Nous ne savons rien sur les influences qui les déterminent. Encore moins savons-nous si elles sont irrégulières, désordonnées, ou continues et reliées entre elles par un enchaînement régulier des phénomènes. C'est sur ce point particulier que je désire attirer l'attention. Cette étude nous amènera, d'ailleurs, à des considérations d'un ordre spécial : je veux parler des phénomènes osmotiques. Nous verrons plus tard tous les problèmes importants que cette question soulève.

» Pour aujourd'hui je me contenterai de l'analyse d'un seul exemple d'évolution, exemple fort simple, que je choisis parmi ceux qui ont été déjà publiés (voir *Chimisme stomacal*, p. 92).

» L'animal expérimenté est un chien à fistule gastrique. Repas employé : viande et eau en quantités connues.

» Je ne m'occuperai que des éléments chlorés.

» Soient T le chlore total contenu dans 100cc de liquide gastrique; H + C l'acide chlorhydrique libre et le chlore en combinaison organique; F les chlorures minéraux :

» D'après notre méthode d'analyse, on a

$$T - F = H + C.$$

» Dans l'exemple choisi, l'analyse chimique pratiquée à divers moments de la digestion, nous a donné :

	T.		H + C.	F.
Après 30 minutes........................	197mgr	pour 100	84	113
Après 60 » (moyenne de trois analyses).	279	»	147	126
Après 120 »	419	»	295	124

» Considérons les *accroissements moyens* par unité de temps (je prends la minute). Soient a', a'', a''' pour T et c', c'', c''' pour H + C. On trouve

Après 30 minutes......	$a' = 6,56$	$c' = 2,80$
Après 60 »	$a'' = 4,65$	$c'' = 2,45$
Après 120 »	$a''' = 3,41$	$c''' = 2,45$

» En comparant ces accroissements entre eux et désignant par x', x'', x''' les temps correspondants, on trouve sensiblement, d'une part, $c' = c'' = c'''$ ou, d'une façon géné-

rale, $H + C = cx$ et, d'autre part,

$$\frac{a'}{a''} = \frac{\sqrt{x''}}{\sqrt{x'}} \qquad \text{ou} \qquad a'\sqrt{x'} = a''\sqrt{x''} = \text{const.}$$

» En remontant à l'origine et en faisant $x = 1$, on aurait encore, si la fonction est continue,

$$\ldots \quad a'\sqrt{x'} = a = \text{const.}$$

On en tire

$$a' = \frac{a}{\sqrt{x}}$$

et comme $T = a'x = y$, il vient

$$y = a\sqrt{x} \qquad \text{ou} \qquad y^2 = a^2 x,$$

équation d'une parabole rapportée à son sommet.

» En somme, on voit que les valeurs successives de T et de $H + C$ peuvent, dans certaines conditions connues, se déduire très régulièrement de l'une d'elles, déterminée à un moment quelconque.

» J'appelle *accroissement initial* ou *puissance* de la fonction T, la quantité a dont dépendent toutes ses valeurs successives. Elle est, dans le cas particulier, sensiblement égale à 36 (35,88 et 35,99). En calculant T d'après cette donnée, on trouve successivement aux temps 30, 60 et 120 secondes les nombres 196, 278, 394 au lieu de 197, 279, 419 donnés par l'expérience.

» Le dernier nombre calculé diffère quelque peu de celui de l'expérience. Le calcul permettait de le prévoir d'une façon très simple. » En effet, dans l'équation primitive $T - (H + C) = F$, remplaçons T et $H + C$ par leurs valeurs respectives en fonction de x. Il vient $a\sqrt{x} - cx = F$.

» Les vitesses d'accroissement $\frac{df}{dx}$ de T et de $H + C$ étant respectivement $\frac{a}{2\sqrt{x}}$ et c, supposons que, par un fait d'équilibre, F devienne constant à partir d'un certain moment. Cette condition entraîne l'égalité $\frac{a}{2\sqrt{x}} = c$ qui permet de calculer x, a et c étant connus. Dans le cas particulier, on trouverait $x = 54$, ce qui signifie que, les deux fonctions étant supposées continues jusqu'au temps 54, l'égalité $\frac{a}{2\sqrt{x}} = c$ ne peut se produire avant. Nous n'avons pas d'analyse à cinquante-quatre minutes; mais on peut voir plus haut qu'à partir de la soixantième minute F ne varie plus, et qu'à trente minutes F n'a pas encore atteint sa valeur constante.

» Cette constatation est remarquable. Non seulement elle démontre la continuité des deux fonctions dans des intervalles bien déterminés, mais elle fait voir que le milieu en digestion marche vers un état d'équilibre chimique qui semble dépendre de la concentration.

» D'après cela, pour toute valeur t du temps supérieure à 54, T doit être calculé d'après la formule

$$T = a\sqrt{x} + \frac{a}{2\sqrt{x}}(t - x) = \frac{a}{2\sqrt{x}}(x + t),$$

dans laquelle

$$x = 54.$$

» Si l'on y fait $t = 120$ on trouve

$$T = 425,$$

au lieu de 394 trouvé tout à l'heure et 419 donné par l'expérience. Cette nouvelle valeur justifie pleinement la théorie.

» Tout cela ne se rapporte, en réalité, qu'à un seul exemple et je me garderai bien de généraliser. Mais cet exemple, auquel il me serait facile d'en joindre d'autres, est remarquable parce qu'aucune des analyses ci-dessus n'a été faite le même jour.

» Il démontre pour le moins que chez le même animal il existe des forces agissantes parfaitement constantes, et il laisse entrevoir la possibilité de déterminer et de mesurer ces forces.

» Je me propose de continuer cette étude par l'examen de la digestion de l'eau distillée. »

ANATOMIE ANIMALE. — *Sur l'histologie des organes annexes de l'appareil mâle chez la* Periplaneta orientalis. Note de M. **P. Blatter**, présentée par M. Ranvier ([1]).

« Depuis les remarquables travaux de L. Dufour ([2]) sur l'appareil mâle des Insectes, peu de recherches nouvelles ont été entreprises sur ce sujet. Bien des auteurs se sont occupés du développement et de l'origine des glandes génitales; il n'en est pas de même de la structure histologique et de l'anatomie microscopique des organes annexes (vésicules séminales, canal éjaculateur, etc.).

» Dans cette Note je résumerai les principaux faits observés chez la Blatte (*Periplaneta orientalis*). Une bonne description et une figure de l'appareil mâle de cet Orthoptère se trouvent dans la belle monographie de Miall et Denny ([3]), aussi renverrai-je à cet ouvrage pour les détails concernant l'anatomie et aborderai-je immédiatement l'étude microscopique.

([1]) Travail fait dans le laboratoire de M. Balbiani, au Collège de France.

([2]) L. Dufour, *Recherches sur les Coléoptères,* 1824, 1826. — *Recherches sur les Orthoptères,* etc., 1834.

([3]) Miall and Denny, *The structure and life history of the Cockroach,* London, 1886.

» Les vésicules séminales de la *Periplaneta orientalis* sont de nombreux tubes en cæcums plus ou moins allongés et disposés en houppe autour de l'origine du canal éjaculateur. Suivant que l'on considère les vésicules médianes ou latérales, on voit que les premières sont plus courtes et appelées *utriculi breviores* (Miall et Denny), alors que les secondes beaucoup plus longues sont nommées *utriculi majores*. Je ne crois pas qu'à cette différence de taille réponde une différence de structure. Sur les coupes observées jusqu'ici, j'ai toujours constaté que ces vésicules, tant latérales que médianes, sont composées en dehors d'une mince membrane et en dedans d'un épithélium épais.

» La membrane externe, mince, se colore fortement par la plupart des matières tinctoriales et contient de petits noyaux fusiformes. L'examen à un fort grossissement des coupes longitudinales et n'intéressant que la paroi des vésicules, fait apparaître cette membrane avec une structure fibrillaire évidente. Ces fibres excessivement délicates sont groupées en faisceaux, lesquels s'entrecroisent un peu dans tous les sens. Parmi ces faisceaux, il y en a cependant de longitudinaux du côté interne et de transversaux à l'extérieur; quelques faisceaux obliques établissent la transition entre ces deux plans. On se trouve sûrement en présence de fibres musculaires striées, extrêmement minces et à striation peu apparente.

» L'épithélium des vésicules est formé par de grosses cellules à plasma dense et contenant de volumineux noyaux riches en chromatine. La membrane cellulaire de ces éléments n'est guère visible que sur des pièces bien fixées. Le contenu des vésicules séminales n'est pas seulement constitué par des spermatozoïdes; les tubes renfermant la semence sont en minorité. Le sperme se loge de préférence dans les cæcums situés à la face ventrale, peut-être parce qu'ils s'ouvrent dans le canal éjaculateur, presque vis-à-vis des orifices des canaux déférents. La majorité des vésicules sont remplies par un liquide visqueux, riche en globules graisseux. Les quelques réactions histochimiques auxquelles j'ai soumis cette substance ne me permettent pas de me prononcer d'une façon certaine sur sa nature. Sur les coupes, ce contenu prend l'aspect du vitellus de certains œufs examiné dans de mêmes conditions. C'est là, évidemment, un liquide qui doit servir à entretenir les spermatozoïdes et à diluer la semence au moment de l'accouplement.

» La paroi du canal éjaculateur est composée, en dehors, d'une couche assez épaisse, en certains points surtout, de fibres musculaires striées. Parmi ces fibres, ce sont les circulaires qui prédominent; en dedans de

celles-ci on voit des fibres obliques et enfin quelques fibres longitudinales, souvent difficiles à voir parce qu'elles sont rarement orientées bien verticalement. Cette disposition s'observe surtout dans les deux tiers postérieurs du canal. Dans le tiers antérieur la marche est moins régulière.

» La couche musculaire est tapissée intérieurement par un revêtement épithélial, supporté par une membrane excessivement mince et qui, sur les sections, apparaît comme une ligne réfringente. Cette membrane est la tunique propre.

» L'épithélium subit des différenciations morphologiques suivant les régions que l'on considère.

» C'est ainsi qu'à la face dorsale du canal, sur les coupes transversales, on voit un épaississement énorme de l'épithélium à l'intérieur du tube, obstruant quelquefois une bonne partie de sa lumière. Cette crête, vers la partie antérieure du conduit, s'étale sur toute la surface dorsale; au contraire, vers la région postérieure, elle diminue en surface et augmente en hauteur, prenant la forme d'une véritable papille, qui se termine en pointe à une certaine distance du pénis. Les cellules épithéliales de cette crête sont allongées perpendiculairement à la paroi du canal, et renferment des noyaux ovoïdes à chromatine peu dense.

» L'épithélium des autres régions du canal éjaculateur est excessivement plissé. Dans ces replis nombreux pénètrent des prolongements de la tunique propre. Aussi, en s'adressant à des coupes voisines de l'armure génitale, voit-on une structure à peu près identique à celle de l'intestin postérieur du Cryptops figuré par M. Balbiani (¹) dans son intéressant Mémoire.

» L'épithélium de tout le canal éjaculateur est recouvert, au niveau de sa surface libre, par une membrane chitineuse, suivant les moindres mouvements du tissu sous-jacent. Ce revêtement chitineux porte de nombreuses soies qui, au niveau de la crête dorsale, prennent la forme d'écailles dentées. Immédiatement en arrière de la crête, le revêtement chitineux perd graduellement ses soies et devient presque lisse.

» Je me propose de faire connaître ultérieurement la structure de ces organes chez l'Hydrophile. »

(¹) E.-G. Balbiani, *Études anatomiques et histologiques sur le tube digestif des Cryptops* (*Arch. de Zool. exp. et gén.*, 2e série, t. VIII; 1890).

BOTANIQUE FOSSILE. — *Sur la présence d'une Araliacée et d'une Pontédériacée fossiles dans le calcaire grossier parisien.* Note de M. Ed. Bureau, présentée par M. Bornet.

« Les plantes fossiles trouvées en 1866, lors des travaux exécutés à la butte du Trocadéro, n'ont pas encore été l'objet d'une étude spéciale et détaillée. M. de Saporta, cependant, en a fait connaître et bien figuré sept espèces; mais la détermination complète de cette florule ne peut guère se faire sans une revision totale de la flore du calcaire grossier. C'est un travail que je poursuis et dont j'ai déjà eu l'honneur de communiquer quelques résultats à l'Académie.

» Beaucoup d'échantillons du Trocadéro sont à la Sorbonne. Un grand nombre aussi sont au Muséum, et proviennent de recherches exécutées par M. A. Milne-Edwards, par M. Vaillant et par moi-même. Parmi ces derniers se trouve une empreinte assez remarquable. Au premier abord, on dirait une feuille, et ce qui frappe surtout, c'est la gracilité et la longueur du pétiole, qui dépasse ce que l'on a l'habitude de voir dans les feuilles simples des Dicotylédones. En effet, quelque singulier que cela puisse paraître, ce caractère, joint à la forme générale du limbe, autorise à diriger les recherches comparatives, non vers les plantes à feuilles simples, mais vers les plantes à feuilles composées digitées.

» Nous avons donc affaire, non à une feuille, mais à une foliole, et ce n'est que dans la famille des Araliacées que l'on trouve des pétiolules à la fois aussi longs et aussi grêles. La comparaison avec la collection considérable d'Araliacées de l'herbier du Muséum montre même que c'est seulement dans les genres *Brassaiopsis* et *Macropanax* qu'on trouve une identité complète avec le fossile pour la forme de cet organe.

» Le limbe ressemble étonnamment à celui des folioles du *Macropanax oreophilum* Miq., de Java. Si nous suivons l'opinion des auteurs qui font des *Macropanax* une section des *Aralia*, nous appellerons la plante du calcaire grossier : *Aralia* (*Macropanax*) *eocenica*.

» On n'avait pas encore signalé ce genre ou cette section de genre à l'état fossile.

» L'espèce dont je viens de parler est représentée par un spécimen unique. Il n'en est pas de même d'une plante fossile très anciennement connue : le *Phyllites multinervis* Ad. Brongn., dont la couche du Trocadéro

a fourni de nombreux échantillons, et que j'ai pu étudier sous toutes ses formes. Ad. Brongniart l'avait regardée comme un *Potamogeton,* M. de Saporta comme un *Ottelia.* Une comparaison très détaillée avec les collections sèches du Muséum m'a conduit à l'attribuer à la famille des Pontédériacées, non signalée jusqu'ici à l'état fossile.

» Il est facile de se faire maintenant une idée du port de cette espèce : c'était une herbe aquatique, vivant le pied dans l'eau et ayant deux sortes de feuilles : les unes aériennes, ovales-elliptiques, obtuses à la base, les autres, plus nombreuses, flottantes ou submergées, étroites et lancéolées. Entre ces deux extrêmes, il y avait des formes intermédiaires, elliptiques ou elliptiques-lancéolées. Toutes ces feuilles avaient un pétiole très long, épais et mou. Le limbe ne variait pas moins pour la taille que pour la forme. Quelle que fût celle-ci, les nervures étaient longitudinales, nombreuses et convergentes au sommet, de grosseur plus ou moins inégale, les plus fortes ayant entre elles, dans chaque intervalle, trois nervures plus fines, dont les latérales souvent à peine visibles. Les nervules qui réunissaient ces nervures longitudinales leur étaient perpendiculaires et ne présentaient pas de ramifications, de sorte que les portions de la surface du limbe circonscrites par les nervures de différents ordres avaient toutes à peu près la forme d'un parallélogramme rectangle, et les mailles ainsi formées étaient placées en files longitudinales.

» Cette nervation n'est point celle des *Potamogeton,* dont les nervures longitudinales sont bien moins nombreuses et les nervules ramifiées.

» Ce n'est point celle des *Ottelia,* qui n'ont, outre la nervure médiane, que six à huit nervures longitudinales, avec une seule nervure plus fine dans chaque intervalle, et dont les nervules sont obliques, non parallèles, et dessinent des mailles principales assez larges, remplies par un réseau serré, peu régulier, à mailles très petites non disposées en files longitudinales.

» Ce n'est point celle d'un *Aponogeton* ou d'un *Ouvirandra;* car, dans ces deux genres, il n'y a sur chaque moitié du limbe que deux ou trois nervures longitudinales, et les nervules sont longues, serrées et parallèles.

» Ainsi, la plante fossile n'est ni une Potamée, ni une Hydrocharidée, ni une Aponogétée. Il restait à examiner une quatrième famille de Monocotylédones aquatiques : celle des Pontédériacées.

» Ici les rapports étaient frappants, et, en passant en revue les genres peu nombreux de cette petite famille, je reconnus que la nervation des

feuilles du genre *Monochoria* était identique avec celle de la plante du calcaire grossier. Je propose pour celle-ci le nom de *Monochoria parisiensis*. L'espèce fossile est plus voisine de certaines espèces de *Monochoria* vivantes que celles-ci ne le sont entre elles. Elle se rapproche surtout des *M. pauciflora* Bl., *plantaginea* Kunth et *Korsakovii* Regel, qui n'en diffèrent guère que par leurs feuilles aériennes cordées, au lieu d'être obtuses à la base.

» Ces espèces voisines sont de l'Inde, de Ceylan, de la Malaisie, de la Chine et du Japon. Leur distribution sur le globe vient confirmer les affinités asiatiques de la flore du calcaire grossier. »

GÉOLOGIE. — *Sur une nouvelle Carte géologique des Pyrénées françaises et espagnoles*. Note de MM. **Emm. de Margerie** et **Fr. Schrader**, présentée par M. Daubrée.

« La Carte que nous avons l'honneur de mettre sous les yeux de l'Académie, et qui vient de paraître avec le dix-huitième volume de l'*Annuaire du club alpin français*, se rattache d'une part aux travaux topographiques poursuivis par l'un de nous, depuis plusieurs années, dans les hauts massifs des Pyrénées espagnoles, et de l'autre à des études géologiques récemment commencées dans les Corbières.

» Au moment où le *Service de la Carte géologique détaillée de la France* s'apprête à pousser activement l'examen du versant septentrional, nous avons pensé qu'il y aurait intérêt à résumer, sur une feuille de dimensions maniables, l'état actuel de nos connaissances sur la structure de la chaîne entière. Ce travail a été exécuté en prenant pour base la petite Carte au 1 : 800 000 du *Guide des Pyrénées* de la collection Joanne; la superposition des couleurs au figuré du relief met en évidence un certain nombre de traits, difficiles à discerner sur les nouvelles Cartes géologiques générales publiées par les services officiels de France (1 : 1 000 000) et d'Espagne (1 : 400 000), où le modelé du sol n'a pas été représenté, et même sur la belle Carte au 1 : 500 000 de MM. Carez et Vasseur, qui offre la même lacune pour la partie correspondant au territoire espagnol.

» Notre échelle stratigraphique comprend seize divisions, la gamme étant établie conformément aux règles posées par le Congrès de Bologne. Faute de renseignements suffisants, nous avons dû réunir toute la série primaire sous une teinte unique; pour la même raison, il n'a pas été pos-

sible de séparer les schistes cristallins des roches granitiques massives; enfin les pointements d'*ophites*, vu leur faible étendue, n'ont pas été distingués par un signe spécial; on sait d'ailleurs que les roches éruptives très variées, longtemps confondues sous ce nom dans les Pyrénées, se montrent presque toujours au milieu des affleurements triasiques. Nous n'avons fait exception que pour le massif porphyrique isolé qui forme le Pic du Midi d'Ossau. D'autre part, nous avons cherché à diviser les alluvions anciennes, si développées dans la Gascogne et dans le Roussillon, en trois termes, suivant qu'elles se montrent au sommet des plateaux (Lannemezan, Ger, Béarn), sur les terrasses (Garonne, Landes de Pont-Long) ou au fond des vallées; cette division vise la situation topographique de ces dépôts plutôt que leur âge absolu, qui pourrait fort bien, pour une partie au moins des *alluvions des plateaux*, remonter au pliocène ou même au miocène supérieur [1].

» Quant aux contours géologiques, qu'il fallait ajuster, pour le versant espagnol, à une planimétrie nouvelle, nous avons dû les reconstruire point par point, en nous aidant surtout des renseignements fournis par le texte des descriptions provinciales insérées aux *Memorias de la Comisión del Mapa geológico de España* [2]. Pour le versant français, où nous disposions d'ailleurs de matériaux beaucoup plus abondants, notre tâche a été puissamment facilitée par le concours de nombreux géologues; M. Michel-Lévy, Directeur du *Service de la Carte géologique de la France*, a bien voulu autoriser MM. Caralp, Carez, Depéret, Lacroix, de Lacvivier, Liétard et Seunes, collaborateurs de ce Service, à nous communiquer leurs minutes inédites; MM. J. Vallot et Stuart-Menteath ont également mis à notre disposition des tracés manuscrits. Nous prions tous ces Messieurs, ainsi que M. Manuel Fernandez de Castro, Directeur de la Commission géologique d'Espagne, de recevoir l'expression de notre gratitude.

» A la Carte est joint un Mémoire intitulé : *Aperçu de la structure géologique des Pyrénées;* après avoir fait l'historique des idées qui ont été émises depuis l'époque de Palassou (1784) sur le plan général de la chaîne, nous y passons en revue les principaux accidents qui impriment à ses diverses parties leur physionomie spéciale. Cette étude nous a conduit à di-

---

(1) Lartet a depuis longtemps fait connaître la présence de la faune d'Eppelsheim à Orignac, non loin de Bagnères-de-Bigorre.

(2) Toutes les provinces pyrénéennes sont représentées dans cette série, sauf la province de Lérida, dont M. l'Ingénieur Vidal achève en ce moment l'étude.

viser les Pyrénées, comme l'ont fait Lory et M. Diener pour les Alpes, en un certain nombre de *zones* longitudinales, caractérisées chacune par la présence de terrains qu'elles possèdent en propre, ou qui du moins y présentent un développement particulier : c'est ainsi que, sur le versant français, il y a lieu de séparer de la *zone centrale,* correspondant à la haute chaîne (terrains primaires, grands massifs granitiques), et des deux zones latérales des *Petites Pyrénées* (crétacé supérieur et éocène) et des *Corbières* (éocène et terrains primaires), une zone intermédiaire formée par le terrain crétacé inférieur et le terrain jurassique et au milieu de laquelle surgissent les massifs cristallins de Foix, du pic Saint-Barthélemy, des Trois-Seigneurs, d'Aspet, de Saint-Béat, etc. Nous proposons de l'appeler *zone de l'Ariège,* à cause du développement remarquable qu'elle acquiert dans le département de ce nom.

» Sur le versant espagnol, nous avons distingué de même, à partir de la zone centrale :

» 1° La *zone du Mont Perdu* (crétacé supérieur et nummulitique), qui n'a point d'équivalent sur le versant français;

» 2° La *zone de l'Aragon* (éocène), dont le Rio Aragon longe la bordure en aval de Jaca;

» 3° La *zone des Sierras* (Monsech, Guara, etc.), formée de trias, de crétacé et d'éocène : c'est l'homologue de nos Petites Pyrénées.

» La *Catalogne,* avec sa chaîne côtière ancienne et ses effondrements récents, d'un côté; les massifs très enchevêtrés du *Pays Basque,* de l'autre, introduisent à l'est et à l'ouest une série de complications dont l'analyse ne saurait trouver place ici. A cet égard, nous renverrons à la carte schématique représentant la disposition générale de ces zones et le tracé des principales lignes de dislocation (p. 24 de notre Mémoire) : en même temps qu'on y retrouve, dans la partie centrale de la chaîne, les alignements obliques à la ligne de faîte sur lesquels l'un de nous a déjà appelé l'attention de l'Académie, ce qui frappe le plus, dans l'ensemble, c'est l'allure flexueuse des directrices, s'accusant surtout : en France, autour du noyau gneissique du Labourd, le long des massifs de l'Ariège, dans les Corbières; en Espagne, dans plusieurs tronçons de la zone des Sierras. Les Pyrénées, pas plus que les autres chaînes de montagnes, ne possèdent donc ce privilège d'une rigueur toute mathématique dans l'orientation de leurs éléments, que l'on avait cru pouvoir leur attribuer bien à tort.

» Un second trait fort important réside dans la disposition inverse des plis sur les deux versants. Parmi les trente exemples de renversement, éti-

rement ou recouvrement qui nous sont connus sur le versant français et que nous avons indiqués sur notre carte schématique par un figuré spécial, vingt-sept (c'est-à-dire les neuf dixièmes) regardent vers le nord; au contraire, les treize cas signalés jusqu'à présent sur le versant espagnol se montrent tous dirigés vers le sud. Il y a donc tendance à la production de la *structure en éventail composé,* et les Pyrénées, comme la moitié des Alpes, représentent une chaîne essentiellement symétrique. Les coupes que l'on peut relever aux environs de Gavarnie, dans la zone du Mont Perdu ([1]), ne laissent d'ailleurs aucun doute sur l'importance des mouvements horizontaux qui ont imprimé au versant méridional de la chaîne sa structure actuelle. »

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Le mouvement différentiel dans l'Océan et dans l'atmosphère : marées d'eau, marées d'air.* Note de M. **Fernand de Saintignon**, présentée par M. Daubrée.

« Lorsqu'on rapproche de la force si faible de l'attraction de la Lune ($\frac{1}{12000000}$ de la pesanteur) le mouvement considérable de la mer, il y a lieu de se demander si l'explication de ce phénomène ne doit pas être recherchée dans la manifestation la plus favorable de cette force, c'est-à-dire dans l'action horizontale, incomparablement supérieure à l'action verticale.

» En outre, à cause de la faiblesse même de cette force et des résistances de toutes sortes qui seraient opposées à un courant, l'action ne doit-elle pas se manifester par un mouvement particulier, moléculaire, local ?

» Et d'ailleurs, si l'on remarque que la vitesse de translation d'un fluide, quelle qu'elle soit, ne provoque aucune différence de niveau à la surface, lorsque toutes les molécules appartenant à une même section verticale perpendiculaire à la direction du mouvement sont animées des mêmes vitesses que les molécules correspondantes des autres sections, on reconnaîtra que ce ne sont pas les vitesses qui importent, mais bien les différences de celles-ci.

» Concevons deux molécules contiguës m, m', soumises à l'action des deux forces f, f' agissant de gauche à droite.

» Si les deux forces sont égales, la molécule m prendra constamment la place de m' et rien ne sera modifié à la surface.

([1]) *Voir* la figure, p. 53 de notre Mémoire.

» Mais si l'on a $f' = f + \varphi$, la molécule m' se détachera de m proportionnellement à la vitesse φ pour produire une dépression à gauche, c'est-à-dire du côté de la force la plus faible.

» Pour $f > f'$, la différence φ restant la même, la molécule m', opposant la force d'inertie, repoussera la molécule m vers la gauche, pour provoquer une dépression à droite, également du côté de la force la plus faible.

» Et l'on conçoit que ces différences de niveau seront proportionnelles aux différences des forces adjacentes, ainsi qu'au nombre de molécules situées sur une même verticale, c'est-à-dire à la profondeur du fluide, la largeur, égale ici à l'unité, n'ayant pas d'importance.

» Nous prions que l'on veuille bien, sinon admettre comme vrai, au moins nous accorder, à titre de *postulatum*, le théorème suivant, résultant de ce qui précède, nous réservant de le démontrer par tous ses corollaires :

» *Lorsqu'un fluide est soumis à l'action de forces adjacentes horizontales et inégales, constamment croissantes ou décroissantes, il se produit à la surface des différences de niveau proportionnelles à la différence des forces adjacentes et à la profondeur du fluide, le niveau s'élevant des forces les plus faibles aux forces les plus grandes, et ce, quelle que soit la direction générale des forces croissantes ou décroissantes.*

» Soient $H - \alpha$, $H + \alpha$ la hauteur de la Lune au-dessus des horizons de deux points voisins, situés sur le même méridien, f la force attractive de la Lune, h la profondeur du fluide; la différence des forces, que nous appellerons *force différentielle*, aura pour expression :

$$fh[\cos(H - \alpha) - \cos(H + \alpha)] = 2fh \sin H \sin \alpha.$$

Le mouvement moléculaire passera par deux maximums : à midi et à minuit (heure lunaire). Il sera maximum au zénith. Si la déclinaison est nulle, il sera maximum à l'équateur et nul aux pôles.

» D'après notre théorème, le mouvement moléculaire ira de l'équateur vers les pôles, provoquant au zénith une forte pression, c'est-à-dire la *marée basse*, laquelle aura aussi lieu à midi à l'équateur, phénomène observé d'ailleurs.

» Mais ce mouvement ira en diminuant de l'équateur aux pôles, et, tout en s'exerçant sur toute la surface des mers, il sera tellement supérieur dans la région équatoriale qu'il provoquera une marée haute *principale*, là où il rencontrera des parallèles plus réduits et des forces plus faibles, c'est-à-dire vers la latitude de 30°, signalée par les observations. Les eaux

quittant cette surélévation qui domine l'équateur et les pôles parviennent à 6^h à l'équateur, pour y créer la marée haute connue, et s'écoulent vers la région nord, pour y opérer progressivement les marées hautes *principales*.

» Les fortes dépressions équatoriales et polaires, résultant de notre théorème, ne donnent-elles pas l'explication des courants équatoriaux et du gulf-stream?

» Notre théorie s'applique également aux marées d'air; dépression équatoriale accentuée lorsque le Soleil et la Lune sont dans le plan de l'équateur; dépression qui suit les astres lorsqu'ils s'élèvent dans les deux hémisphères; vents alizés; vents généraux du sud-ouest, ou du nord-ouest qui vont vers les deux dépressions polaires.

» Mais là où notre théorème trouvera son application la plus remarquable, la plus concluante, oserions-nous dire, c'est dans la création des cyclones, des tornados, des tourbillons, principalement au zénith des astres : là, en effet, l'action différentielle est double et le mouvement moléculaire s'opère vers les deux pôles, avec une violence d'autant plus grande qu'il y aura conjonction des astres, et qu'ils seront plus rapprochés de la terre.

» Que dire des phénomènes si mystérieux qui se passent au-dessous de nous? Trouvera-t-on quelque lumière également dans l'action différentielle des forces? Nous le souhaitons et l'espérons.

» Des marées existent dans le Soleil : elles sont dues aux planètes, principalement à Mercure. En faisant intervenir, dans l'étude des actions différentielles, le facteur si important de la profondeur du fluide, on reconnaîtra que ces marées doivent être considérables. Nous sommes amené à penser que les taches solaires sont de véritables cyclones, ces grands agitateurs des atmosphères, créés par les planètes. »

GÉOLOGIE. — *Sur la perforation des roches basaltiques du golfe d'Aden par des galets. Formation d'une marmite des Géants*. Note de M. **Jousseaume**, présentée par M. Daubrée. (Extrait.)

« Pendant un voyage récent que j'ai fait à la mer Rouge, j'ai eu l'occasion d'étudier le mode de formation de cavités creusées dans les roches des environs de Périm et analogues à celles que l'on désigne d'ordinaire sous le nom de *marmites des Géants*.

» Il existe dans le golfe d'Aden de grands massifs volcaniques qui se prolongent sous la mer par une pente, tantôt très rapide, tantôt presque insensible. J'ai remarqué sur des nappes horizontales de basaltes, découvrant à marée basse, des excavations profondes, produites par des galets ou des blocs mobiles que les flots font mouvoir sur place.

» Les galets, trop petits pour résister aux efforts des vagues, trouvent un point d'appui dans l'entrecroisement des nombreuses brisures qui divisent en tous sens ces nappes de basaltes. Maintenus à la même place par ces anfractuosités ces galets, travaillent chaque jour, agités par les flots de la marée montante, à l'agrandissement et à la régularité des contours de ces cavités.

» A Little Aden, la partie submergée de cette roche qui découvre à marée basse est creusée, comme les gouttières d'un toit, de deux sillons parallèles, d'environ 10^m de longueur sur $0^m,20$ de largeur et $0^m,12$ de profondeur. Dans ce double sillon, se meuvent des galets que le flux et le reflux lancent, comme une navette, d'une extrémité à l'autre.

» De toutes les cavités de ce genre, celle que j'ai rencontrée à l'extrémité sud-ouest de Périm est, par la régularité de son contour et sa dimension, la plus importante. Cette cavité, véritable *marmite de Géants*, est creusée dans une roche basaltique de 15^m à 20^m de large, qui s'étend en bordure le long de la côte. Sa forme est celle d'une vaste marmite légèrement déprimée, dont l'intérieur est lisse et régulièrement arrondi; à son ouverture, le diamètre perpendiculaire au rivage est de $0^m,80$; le diamètre adverse de $0^m,70$. Sa profondeur n'est que de $0^m,65$; mais en tenant compte de l'ondulation légère que présente la roche à la surface, on arrive à $0^m,70$, longueur égale à celle du petit diamètre de l'ouverture. »

M. E. Lemoine adresse une Note portant pour titre : « Sur la Géométrographie ou Art des constructions géométriques ».

Cette nouvelle Communication est destinée à montrer les résultats auxquels peut conduire la méthode déjà indiquée par l'auteur, dans une Note adressée à l'Académie le 16 juillet 1888.

M. Léopold Hugo adresse une Note « Sur l'équidomoïde tétragonal ».

M. Léopold Hugo adresse une Note « Sur un fer météorique des États-Unis ».

M. E. **Marhem** adresse une Note relative à la production des orages.

M. F. **Delmas** adresse une Note relative au mouvement de rotation de la Terre.

La séance est levée à 5 heures.

M. B.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans la séance du 26 décembre 1892.

Œuvres complètes d'Augustin Cauchy, publiées sous la Direction scientifique de l'Académie des Sciences et sous les auspices de M. le Ministre de l'Instruction publique; 1re série, t. VII. Paris, Gauthier-Villars et fils, 1892; 1 vol. in-4°.

Matériaux pour l'Histoire des temps quaternaires, par Albert Gaudry, Membre de l'Institut, Professeur au Muséum d'Histoire naturelle, et Marcellin Boule, Agrégé de l'Université, Docteur ès Sciences; 4e fascicule. Paris, Savy, 1892; 1 vol. in-4°.

Formules et propositions pour l'emploi des fonctions elliptiques, d'après des leçons et des notes manuscrites de M. K. Weierstrass, Membre de l'Académie des Sciences et Professeur à l'Université de Berlin, rédigées et publiées par M. H. A. Schwartz, traduit de l'allemand par Henri Padé, Docteur ès Sciences mathématiques; première Partie. Paris, Hermann, 1893; 1 broch. in-4°.

Manuel pratique des cultures tropicales et des plantations des pays chauds, par P. Sagot, ancien Chirurgien de la Marine, ancien Professeur d'Histoire naturelle à l'École normale spéciale de Cluny, etc. Ouvrage publié après sa mort et mis à jour par E. Raoul, Professeur du cours de productions et cultures tropicales à l'École coloniale, etc. Paris, A. Challamel, 1893; 1 vol. gr. in-8°. (Présenté par M. Duchartre.)

Agglomération bruxelloise. Distribution d'eau. Dérivation des sources de Modave, Projet Paul Van Hœgaerder. Bruxelles, 1 broch. gr. in-8°. (Présenté par M. Daubrée.)

Étude sur les courants et sur la température des eaux de la mer dans l'Océan Atlantique, par le général H. MATHIÉSEN. Christiania, S. Larpent, 1892; 1 broch. gr. in-8°. (Présenté par M. Des Cloizeaux.)

Cours d'Astronomie à l'usage des Facultés des Sciences, par B. BAILLAUD, Doyen de la Faculté des Sciences de Toulouse, Directeur de l'Observatoire. Première Partie : *Quelques théories applicables à l'étude des Sciences expérimentales*. Paris, Gauthier-Villars et fils, 1893; 1 vol. gr. in-8°. (Présenté par M. Tisserand.)

Cours de Chimie organique, par M. ŒCHSNER DE CONINCK, Professeur de Chimie organique; 2e fascicule. Paris, Masson, 1892; broch. in-8°. (Présenté par M. Schützenberger.)

Précis d'hygiène de la première enfance, par le Dr JULES ROUVIER, Professeur à la Faculté française de Médecine de Beyrouth, etc. Paris, Baillière et fils, 1893; 1 vol. in-18. (Présenté par M. le baron Larrey.)

L'Embryologie générale, par le Dr LOUIS ROULE, Professeur à la Faculté des Sciences de Toulouse. Paris, Reinwald, 1893; 1 vol. in-18. (Présenté par M. Milne-Edwards.)

Le Lait. Caractère dans l'état de santé et de maladie; altérations et falsifications, germes de maladie, microorganismes du lait, par le Dr JULES ROUVIER, Professeur à la Faculté de Médecine de Beyrouth. Paris, Baillière et fils, 1893; 1 vol. in-18. (Présenté par M. le baron Larrey.)

Les Algues de P.-K.-A. SCHOUSBOE, *récoltées au Maroc et dans la Méditerranée de* 1815 *à* 1829 *et déterminées* par M. EDOUARD BORNET. Paris, G. Masson, 1892; 1 vol. gr. in-8°.

Biographie de l'amiral baron Roussin, 1781-1854. Paris, Plon-Nourrit et Cie, 1 vol. gr. in-8°.

Notice sur les travaux scientifiques de M. HATT, Ingénieur hydrographe de la Marine. Paris, Gauthier-Villars et fils, 1892; 1 broch. in-4°.

Notice sur les travaux scientifiques de M. GERMAIN, Ingénieur hydrographe de première classe de la Marine, 1892. Paris, Gauthier-Villars et fils, 1892; 1 broch. in-4°.

Géométrie analytique à trois dimensions (et Géométrie supérieure) à l'usage des classes de Mathématiques spéciales, par C.-A. LAISANT, Docteur ès Sciences, ancien élève de l'École Polytechnique. Paris, Gauthier-Villars et fils, 1893; 1 broch. in-8°.

Essai sur le principe du mouvement et la marche des corps célestes, par VAN WEDDINGEN. Bruxelles, M. Hasselet, 1892; 1 broch. in-8°.

The collected mathematical papers of ARTHUR CAYLEY, Sc. D., F. R. S.

Sadlerian Professor of pure Mathematics in the University of Cambridge; vol. V. Cambridge, 1892; 1 vol. in-4°.

Die Wasserversorgung von Zürich ihr Zusammenhang mit der Typhus epidemie des Jahres 1884 und Vorschläge zur Verbesserung der bestehenden Verhältnisse. Zurich, Orell Füssli et Cie, 1885; 1 vol. in-4°. (Présenté par M. Daubrée.)

Res ligusticæ. Prof. GIOVANNI CAPELLINI. *Gerolamo Guidoni di Vernazza e le sue scoperte geologiche in Liguria e in Toscana. Note biografiche corredate di lettere inedite di Bertolini, Colleono, Menechini, Nesti, Pareto, Pilla, Repetti, Savi, Viviani ed altri naturalisti.* Genova, 1892; 1 vol. in-4°.

Memorie della Società degli Spettroscopisti italiani, raccolte e pubblicate per cura del Prof. P. TACCHINI. Roma, 1892; 1 broch. in-4°.

ERRATA.

(Séance du 31 octobre 1892.)

M. *L. de Coppet,* Sur la température du maximum de densité des mélanges d'alcool et d'eau.

Page 653, première ligne du Tableau, *supprimer* les chiffres 0°,00 et 0,000.

(Séance du 12 décembre 1892.)

Note de M. *P. Joubin,* Sur le rapport entre la vitesse de la lumière, etc :

Page 1061, dernière ligne du Tableau, troisième colonne, *au lieu de* 11, *lisez* ».
Page 1062, première ligne du Tableau, *au lieu de* E_p, *lisez* Σ_p.

FIN DU TOME CENT-QUINZIÈME.